

The background of the cover features a collage of cosmic images. At the top left is a vibrant, multi-colored galaxy (likely the 'Cosmos' image). Below it is a smaller, more distant galaxy. To the right is a large, glowing nebula with red and orange hues. The entire background is overlaid with a pattern of overlapping, semi-transparent purple and blue geometric shapes, primarily diamonds and squares, creating a modern, abstract design.

Expansión Acelerada y Su Influencia en la Evolución del Universo

*Carlos Edgardo Rodríguez Benites
Indalecio Quispe Rodríguez
César Quispe Ayala*

The logo consists of a semi-circle filled with vertical lines of varying heights, creating a stylized sun or horizon effect.

**EDITORIAL
TERCER SOL**
MEXICO

EXPANSIÓN ACELERADA Y SU INFLUENCIA EN LA EVOLUCIÓN DEL UNIVERSO

**CARLOS EDGARDO RODRÍGUEZ BENITES
INDALECIO QUISPE RODRÍGUEZ
CÉSAR QUISPE AYALA**

Carlos Edgardo Rodríguez Benites

Correo de contacto: cerodriguez@unitru.edu.pe

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9437-6364>

Perfil: Licenciado en Educación, en la especialidad Física y matemática, Licenciado en Física. Magíster en Ciencias Físicas (Chile) , egresado de programa de doctorado en Ciencias con mención en Física de la Universidad Nacional de Ingeniería(Perú). Docente universitario de pregrado y postgrado, e Investigador Renacyt, con experiencia en proyectos de investigación en Cosmología y Gravitación, Didáctica de las Ciencias y Sistemas dinámicos. Ponente en eventos científicos nacionales e internacionales con experiencia en arbitraje de artículos científicos. Cuento con publicaciones en revistas indexadas en Scielo, Scopus y WoS.

Afiliación: Universidad Nacional de Trujillo

Perú

Indalecio Quispe Rodríguez

Correo de contacto: indalecio.quispe@unsch.edu.pe

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1178-873X>

Perfil: Egresado de la Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga Ayacucho de la Facultad de Ingeniería de Minas Geología y Civil. Posgrado en Maestría en Ciencias con Mención en Seguridad y Salud Minera de la Universidad Nacional de Ingeniería Lima. Doctor en Seguridad y Control en Minería. PUBLICACIÓN de texto Universitario: “Seguridad Minera” y artículos de investigación minera publicados en las revistas de minería y del Congreso. EXPOSITOR: En diferentes eventos de la especialidad: Congreso Nacional de Minería, los jueves Mineros, Simposios Nacional de Minería y otros.

Afiliación: Universidad Nacional de San Cristóbal de Huamanga

Perú

César Quispe Ayala

Correo de contacto: cesar.quispe@unh.edu.pe

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5117-783X>

Perfil: Doctor en ciencias de la educación Magister en docencia universitaria y Abogado con N° CAL 85478 y especialista en derecho laboral individual, colectivo y procesal. Conciliador extrajudicial con N° 70568. Docente universitario experto en diseño curricular de programas de estudio universitario. Egresado maestría con mención derecho constitucional y con artículos científicos indexados en revistas internacionales como Scielo, WOS y Scopus.

Afiliación: Universidad Nacional de Huancavelica

Perú

Todas nuestras publicaciones son sometidas a revisión doble-ciego de pares académicos (*Peer Review Double Blinded*).

Esta publicación cuenta con licencia Creative Commons Reconocimiento - NoComercial - SinObraDerivada 3.0 Unported License.



ISBN 978-607-59446-6-1

© Carlos Edgardo Rodríguez Benites
© Indalecio Quispe Rodríguez
© César Quispe Ayala

© Editorial Tercer Sol

www.editorialtercersol.com

Este libro es resultado de la investigación *Cosmologías con expansión acelerada*, realizada en la Universidad del Bío - Bío.

Queda prohibida la reproducción bajo cualquier modalidad de toda o una parte de esta obra sin autorización expresa del titular de los derechos

Diseño de carátula y composición: Freddy Raúl Calienes Quelopana
Edición electrónica: Editorial Tercer Sol

Editado en México
Published in Mexico

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	11
 CAPÍTULO I	
ASPECTOS ESENCIALES EN TORNO A LA RELATIVIDAD GENERAL	15
1.1. Teoría de la relatividad especial	16
1.2. Principio de equivalencia	22
1.3. Teoría de la relatividad general	25
 CAPÍTULO II	
PANORAMA GENERAL DE LA ENERGÍA OSCURA	33
2.1. Componentes oscuros del Universo	33
2.2. Clasificación de la materia oscura	36
2.3. Energía oscura holográfica	37
2.3.1. Principio holográfico	37
2.3.2. Modelos holográficos de energía oscura	38
2.4. Interacción cosmológica y la energía oscura	41

CAPÍTULO III

MODELOS COSMOLÓGICOS Y EXPANSIÓN DEL UNIVERSO	43
3.1. Expansión del universo	43
3.2. Componentes del universo	46
3.3. Modelo cosmológico estándar	48
3.4. Principio cosmológico	49
3.5. Ecuaciones de Friedmann	51

CAPÍTULO IV

DETERMINACIÓN DE LA EXPANSIÓN ACELERADA EN LA EVOLUCIÓN DEL UNIVERSO GENERADA POR LA ENERGÍA OSCURA HOLOGRÁFICA CON INTERACCIÓN COSMOLÓGICA	53
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	107

ÍNDICE TABLAS

Tabla 1. Ecuaciones de los postulados de la teoría	21
Tabla 2. Subcasos del término de interacción	68
Tabla 3. Mediciones isótropas de BAO utilizadas en el análisis	75
Tabla 4. Mediciones anisótropas de BAO utilizadas en el análisis	77
Tabla 5. La escala de Jeffreys	83
Tabla 6. Información a priori de los parámetros de los modelos estudiados	85
Tabla 7. Valores de mejor ajuste para los parámetros de los modelos estudiados, usando los datos de la compilación de Pantheon para Supernovas Ia	87
Tabla 8. Análisis de los modelos usando los datos de la compilación de Pantheon para supernovas Ia	92
Tabla 9. Valores de mejor ajuste para los parámetros de los modelos estudiados, usando el conjunto de datos de Pantheon + CC + BAO + CMB	93
Tabla 10. Análisis de los modelos usando el conjunto de datos de Pantheon + CC + BAO + CMB	94
Tabla 11. Evolución del parámetro de coincidencia para los modelos holográficos de interacción y el MCE (línea azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 10	102

ÍNDICE FIGURAS

Figura 1. Gráficas de la función de densidad fraccional	59
Figura 2. Gráficas de contorno para el modelo 1 de interacción con regiones 1σ y 2σ	88
Figura 3. Gráficas de contorno para el modelo 2 de interacción con regiones 1σ y 2σ . Consideramos el análisis conjunto de la compilación Pantheon + BAO + CC + CMB	89
Figura 4. Gráficas de contorno para el modelo 3 de interacción con regiones 1σ y 2σ	90
Figura 5. Gráfico de la tasa de expansión de Hubble para el MCE (CDM) y para los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica	95
Figura 6. Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 1 de interacción (anaranjado) y el MCE (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 10	96
Figura 7. Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 2 de interacción (violeta) y el modelo MCE (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 10	97
Figura 8. Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 3 de interacción (marrón) y el modelo CDM (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 10	99
Figura 9. Evolución del parámetro de desaceleración para los modelos holográficos de interacción y el MCE (línea azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 10	100

INTRODUCCIÓN

La vida humana, desde su origen hasta la actualidad e, incluso, en el futuro mismo, junto a los demás objetos tangibles e intangibles, conocidos y por conocer, forma parte de una entidad espacial mayor y, aparentemente, completa, llamada universo. Este es la totalidad de todo aquello que ha existido y existe; por cual, se puede afirmar que la existencia misma de todo objeto no es posible fuera del universo, pues este es el único lugar en donde ocurre todo fenómeno físico (Hamuy, 2018). Sin embargo, ¿es medible, acaso, el universo ante las observaciones de su vastedad espaciotemporal?

Ante tal magnitud abarcadora sobre el tiempo, el espacio también se torna inconmensurable, puesto que el universo mismo, desde sus inicios, ha estado en constante expansión, mas no se ha logrado medir con exactitud desde las ciencias cosmológicas. En ese aspecto, Sevilla *et al.* (2016) mencionan que la física fundamental y sus retos relevantes provienen de la observación del propio cosmos; así, durante los años finales del siglo XX, las tecnologías habían logrado alcanzar la precisión en sus mediciones gracias a la madurez de las ciencias en el desarrollo de dispositivos tecnológicos, como, por ejemplo, las cámaras CCD (*charged coupled devices*).

Asimismo, Peña (2020) afirma que, desde 1992, se ha utilizado un modelo para describir la estimación expansiva acelerada del universo. Dicho modelo es el Λ -Cold Dark Matter (Λ CDM por sus siglas, *Materia oscura fría Λ* , por su traducción) y que, debido a las constantes observaciones del cosmos durante 1998, se ha convertido en el estándar de modelo métrico.

La vastedad del cosmos, por más colosal que sea, es capaz de medirse si se toma en cuenta la velocidad de la luz (300 000 km/s). Así, las distancias kilométricas en el universo son muy ínfimas, por lo que se precisa de otra unidad de medición: los años luz. Gracias a esta medición, Hamuy (2018) declara que la información que los astrónomos reciben acerca de las estrellas del espacio es, en realidad, del pasado; no obstante, esto permite que se pueda estudiar sobre los orígenes del universo, pues solo con información del pasado es plausible reconstruir y conocer su historia.

Si bien existe una medición a considerar como la velocidad de la luz y el conocimiento de que el universo se está expandiendo, las preguntas son a qué velocidad se expande el universo y si realmente se está expandiendo. Sin embargo, considerar la idea de que el universo se expande actualmente implica considerar dos escenarios, uno del pasado y otro del futuro: el primero indicaría que el universo que se conoce habría sido mucho más pequeño y que luego, mediante una explosión, empezó a expandirse (teoría del Big Bang), mientras que el segundo indicaría que el proceso de expansión del universo, en algún momento, entraría en una supuesta etapa de desaceleración (Ponce, 2018).

Respecto a este supuesto, Sevilla *et al.* (2016) notifican que los trabajos de Hubble durante los años setenta, sobre el distanciamiento de las galaxias a velocidades mayores, inspiraron a dos equipos de astrónomos a medir la tasa de desaceleración del universo (q_0). Sin embargo, los resultados sobre la tasa fueron negativos; en otras palabras, el universo, en realidad, estuvo y está acelerándose a mayor ritmo.

Es así que, al saberse que el universo provino de una explosión colosal, que determinó su expansión constante y acelerada hasta nuestra actualidad conocida, surgió la teoría de la relatividad general, postulada por Albert Einstein en 1915, la cual propone el principio cosmológico como aquella constante que describe la aceleración del universo expansivo en un espacio-tiempo curvo y que es apoyada por una energía hasta ahora desconocida, denominada *materia oscura*, la cual constituye el 70 % de la energía en el universo (Ruiz, 2020).

En ese sentido, este trabajo de investigación explora distintos modelos cosmológicos alternativos al estándar. Así, se estudia centralmente el modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica, el cual considera factores dentro del marco de la teoría de la relatividad general, como bariones, radiación, materia oscura fría y energía oscura.

CAPÍTULO I

ASPECTOS ESENCIALES EN TORNO A LA RELATIVIDAD GENERAL

Antes de la teoría de la relatividad general, la física se regía por las leyes de Newton. Estas leyes, que estuvieron vigentes por mucho tiempo en la física clásica, son tres (Rendón, 2018):

- Ley de la inercia
- Ley que relaciona matemáticamente la fuerza y la aceleración ($F = ma$)
- Ley de acción y reacción

Con estas leyes, Newton estableció el orden de los objetos físicos en el universo, el cual era un espacio infinito y eterno; dicho universo se comportaba bajo las estructuras euclidianas, donde la materia no altera sus propiedades geométricas. El tiempo, al igual que la masa, no padecía de cambios o alteraciones, pues aquel era eterno, uniforme y continuo. En resumen, el espacio y el tiempo, además de ser independientes entre sí, son absolutos (Sepúlveda, 2017).

Sin embargo, estas leyes clásicas de la física cambiarían a partir de la postulación de la teoría de la relatividad general de Albert Einstein, la cual se presentó el 25 de noviembre de 1915 ante la Academia Prusiana de la Ciencias. En este evento histórico para las ciencias

físicas, se observó que las leyes de Newton no eran suficientes para describir el universo mediante la gravedad, la cual se creía, hasta ese instante, que era la fuerza natural y universal responsable de la vida en el cosmos. No obstante, para llegar a dicha teoría, Einstein tuvo que postular primero la teoría de la relatividad especial; luego, después de años de investigación, el físico pudo expandir esta teoría mediante el principio de equivalencia, con el cual se logró llegar a una teoría capaz de describir los fenómenos del universo en cuanto al tiempo y el espacio.

1.1. Teoría de la relatividad especial

En 1905, Albert Einstein formuló la teoría de la relatividad especial, en la cual, la visión clásica y newtoniana sobre las concepciones del espacio y del tiempo cambia drásticamente. Esta teoría nació a partir de las observaciones de Einstein en las leyes de movimiento de los objetos (primera ley de Newton: ley de la inercia) y las ecuaciones de Maxwell. En este último, se observaba que la luz se movía a través del espacio de forma distinta a los objetos que Newton tanto había estudiado. Ante esta problemática física de las leyes de movimiento, Einstein concluyó que esta incoherencia de leyes no tendría que ocurrir en la naturaleza, pues una ley es absoluta y universal, y se aplica a todo objeto y materia sin excepción alguna. Al respecto, Pérez (2017) comenta:

El gran paso que dio Einstein para resolver el problema fue mantener la electrodinámica de Maxwell y modificar la mecánica de Newton para que satisfaga la invariancia de Lorentz. La nueva teoría fue relativista, ya que contrariamente

a la teoría absoluta de Newton, ciertos parámetros como la masa del cuerpo pasaban a depender de la velocidad del cuerpo relativa a un cierto sistema de referencia. El concepto mismo de simultaneidad de dos eventos se vuelve relativo al sistema de referencia utilizado para describir los eventos. (p. 52)

Esto quiere decir que tanto el espacio y el tiempo, antes considerados como absolutos, ahora son relativos, pues dependen de la velocidad aplicada a los cuerpos. La relatividad especial también se podía observar en los marcos de referencia, donde los objetos dentro de sus eventos se comportan de forma distinta respecto al tiempo, pero actúan dentro del mismo espacio universal.

Por otra parte, Sepúlveda (2017) menciona que, con esta teoría, el espacio y el tiempo se juntan en una sola unidad, formada por las cuatro dimensiones que comprenden el espacio-tiempo, en donde la velocidad de la luz actúa como una constante universal; así, “el espacio-tiempo es un absoluto, su geometría (...) no se altera por la presencia de la materia, aunque diferentes observadores puedan ‘seccionarlo’ de modo diferente en espacio y tiempo, dando lugar a diferentes medidas de longitudes e intervalos temporales” (p. 28).

Según Pérez (2017), la teoría de la relatividad especial de Einstein se considera revolucionaria porque se deshace y prescinde del principio de simultaneidad, ya que, al ser relativos tanto el tiempo como el espacio, no existe razón para que la duración de un observador y su duración de intervalo temporal coincida con el de otro observador; así, el

tiempo se relativiza respecto a su marco de referencia —que es donde las leyes inerciales de Newton se cumplen— y al estado de movimiento de este:

La desaparición de la simultaneidad absoluta implica que para objetos que se muevan a velocidad muy altas, comparables a la de la luz, el tiempo se dilata respecto a objetos que permanecen en reposo. El tiempo medido por el reloj de un dado observador se llama ‘tiempo propio’ de ese observador. A un lapso de tiempo propio breve, puede corresponder un lapso de tiempo externo largo si el observador se mueve a velocidades comparables a la velocidad de la luz [...]. (p. 53)

Respecto a esta cita, en Simesen (2018) se observa un ejemplo para entender la relatividad del tiempo en relación con su movimiento. Se tiene dos relojes: A y B. Con el primero se mide el intervalo de segundos que emite el tic-tac del reloj B: se logra observar que la medición resulta ser un segundo. Luego, se procede a realizar una operación inversa: con el reloj B se mide el intervalo de segundos que emite el tic-tac del reloj A: se logra observar que la medición también resulta ser de un segundo. Esta simultaneidad —o esta aparente sincronía— solo es posible si los relojes permanecen en relativo reposo; no obstante, si el reloj A obtiene un movimiento relativo al reloj B, el tic-tac del primero tendrá un tiempo mayor en cuanto más aumente la velocidad de su movimiento, por ende, ya no durará un segundo, aun si se toma en consideración a la velocidad de la luz.

En un escenario invertido, y respecto a la perspectiva de B, en consideración de que el movimiento es relativo, el segundo reloj obtiene dicho estatus dinámico donde su tic-tac

ahora dura más que un segundo del reloj A, el cual se colocó en reposo por el observador. Es así como, una vez aplicado el dinamismo espacial en los relojes, se observa la relatividad temporal entre los mismos, puesto que el aparente “ahora” que ambos marcan en un inicio solo ocurre en el estado de reposo absoluto, mas no en el estado de reposo relativo. En conclusión, ambos relojes no mantienen una relación de simultaneidad, sino una relación de coordinación, la cual se logró gracias a la transformación de Lorentz, pues los relojes se mueven con velocidad relativa.

En otras palabras, para entender la teoría de la relatividad especial (también conocida como teoría de la relatividad restringida), se deben sustituir los conceptos clásicos y fundamentales de la mecánica de Isaac Newton sobre el absolutismo de las magnitudes independientes, como el tiempo y el espacio, por los nuevos conceptos revolucionarios de la teoría relativista, donde dichas magnitudes físicas son, en realidad, interdependientes, por ende, se trata de una sola magnitud considerada como espacio-tiempo, el cual es absoluto (Prado *et al.*, 2020).

Cabe decir que, según Brenes (2018), la teoría de la relatividad especial posee dos postulados básicos:

- La velocidad de la luz c siempre es el mismo en todos los marcos de referencia inerciales.
- Las leyes de la física actúan de la misma forma en todos los marcos de referencia inerciales.

- Así, a modo de fórmulas, se toma un marco referencial inercial K :

$$x^0 \equiv ct \quad , \quad x^1 \equiv x \quad , \quad x^2 \equiv y \quad , \quad x^3 \equiv z$$

De esta forma, la forma compacta se expresa como x^μ (donde $\mu=0,1,2,3$). Al considerarse otro marco referencial inercial K' , se puede introducir la variante espacio-tiempo:

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \eta_{\mu\nu} dx^{\mu'} dx^{\nu'}$$

A partir del segundo postulado, se formula las coordenadas cartesianas:

$$[\eta_{\mu\nu}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Así, el espacio-tiempo de la teoría de la relatividad especial se define en cuatro dimensiones. Por consiguiente, se define el tiempo propio τ entre dos puntos de la trayectoria de una partícula como la medición temporal, respecto de la misma partícula, hecha por un reloj en estado de reposo:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - 1/2 R g_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

Donde v es la velocidad de la partícula.

Con respecto a la teoría de la relatividad especial, se observa que hay cuatro ecuaciones de los postulados anteriores: cinemática relativista, dilatación del tiempo, contracción de longitudes y dinámica relativista, las cuales son resultado de las transformaciones de Lorentz, que permiten entender el trayecto de los marcos de referencia a una velocidad v .

Tabla 1. *Ecuaciones de los postulados de la teoría*

Nombre	Ecuaciones
Cinemática relativista	$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{u'_x + v}{1 + v u'_x/c^2}, \quad u'_x = \frac{u_x - v}{1 - v u_x/c^2},$ $u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{u'_y/\gamma}{1 + v u'_x/c^2}, \quad u'_y = \frac{u_y/\gamma}{1 - v u_x/c^2}$
Dilatación del tiempo	$\Delta\tau = (1 - v^2/c^2)^{1/2} \Delta t$
Contracción de longitudes	$l = l_0/\gamma = l_0(1 - v^2/c^2)^{1/2}$
Dinámica relativista	$f^\mu \equiv \gamma(F \cdot v/c, F)$

Nota: Adaptado de Brenes (2018)

En la Tabla 1 se observa el desarrollo final de las ecuaciones que describen los postulados. Respecto a la cinemática relativista, se describe la relación entre las coordenadas eventuales de dos marcos de referencia inercial para el movimiento de una partícula. Así, en cada marco (K y K'), la partícula se mueve con velocidad u que se transforma en

velocidad v en un plano XY. Respecto a la dilatación del tiempo, se describe la medición temporal de un reloj en movimiento hecha con un reloj en reposo. Así, se constituye que $\Delta\tau$ es mayor que Δt , lo que indica que el reloj en movimiento actúa más despacio respecto a la contracción de longitudes, en donde se describe la relatividad de la longitud de dos cuerpos en movimiento relacionados, pero en distintos marcos. Finalmente, respecto a la dinámica relativista, se describe los cuatro vectores de la teoría. Así se observa que la masa se define como energía mediante una fuerza de movimiento.

Por último, la consecuencia de la teoría de la relatividad especial fue la fórmula más famosa de la física moderna: $E=mc^2$, donde se describe que la masa es una forma más de energía en el universo (Bonder y Okon, 2018).

1.2. Principio de equivalencia

La teoría de Einstein no era diferenciada entre ‘teoría especial’ o ‘teoría general’, sino que ambas eran consideradas simplemente como la teoría de la relatividad; no obstante, existe una gran diferencia entre ambas, pues en la primera teoría de 1905 no se consideraba la interacción gravitacional (Bonder y Okon, 2018). Esto suponía un problema, pues la gravedad es un hecho físico irrefutable. Por tal motivo, en la teoría de la relatividad general de 1915, Einstein expande aún más su teoría anterior, al considerar el factor gravedad como parte de dicho postulado teórico.

Sin embargo, para dicha expansión, según Villegas y Vargas (2016), Einstein consideró tres principios:

- Principio de covariancia, donde se estipula que las leyes de la física deben aplicarse de la misma forma y sin excepción para todo observador.
- Principio de Mach, donde se estipula que, en el universo, la distribución de la materia es la que debe producir la inercia local de todo objeto.
- Principio de la equivalencia, donde se estipula que, en un campo gravitacional, todos los objetos caen de la misma manera.

No obstante, es este último principio, el de la equivalencia, lo que permitió a Einstein expandir su teoría especial hacia la general. En un sentido más explícito, el principio de equivalencia establece que, tanto los observadores en caída libre dentro de una región que presencia gravedad como también los observadores inerciales en regiones que no presencian gravedad, obtienen los mismos resultados al realizarse dentro de cualquier experimento, aun si es muy pequeño (Bonder y Okon, 2018).

Según López (2018), el principio de equivalencia se puede distinguir de dos formas: la débil y la fuerte. Por un lado, el principio de equivalencia débil establece la equivalencia entre las masas gravitatorias con las inerciales; por otro lado, el principio de equivalencia fuerte afirma que no existe diferencia física alguna entre un cuerpo en caída libre y otro en ausencia de un campo gravitatorio.

Se puede entender estas ideas mediante el siguiente ejemplo:

[E]s útil pensar en un astronauta que se encuentra en la superficie de un planeta donde prácticamente no hay atmósfera. Si el astronauta se deja caer de un acantilado y, mientras cae, suelta un pedazo de papel, va a notar que, para él, el papel se queda donde lo soltó. Es decir, para el astronauta parece no haber gravedad, pues si soltara un objeto cuando sí siente gravedad, el objeto caería. Por su puesto, si alguien ve al astronauta desde el fondo del acantilado, verá que tanto él como el papel están cayendo (...). (Bonder y Okon, 2018, p. 89)

Esto quiere decir que ambos objetos, en realidad, caen independientemente de la observación particular de los objetos, pues, en sentido más amplio y alejado de la perspectiva de los objetos, ambos padecen las mismas leyes físicas, a pesar de que su movimiento es distinto, como también el tiempo de ambos.

Según Hacyan (2020), el principio de la equivalencia es exclusivo de la fuerza gravitacional y resulta ser fundamental para la física moderna, pues reestructura, en términos de geometría riemanniana, el campo gravitacional, al cual se le otorga un carácter de formalismo universal que se cumple en todo cuerpo con masa.

1.3. Teoría de la relatividad general

Una vez terminada la teoría de la relatividad especial —donde el espacio-tiempo forman un ente absoluto y la materia es una forma de energía—, y al considerarse los principios anteriores, sobre todo, el principio de equivalencia, además de la comprobación experimental sobre el movimiento de la luz —la cual se mueve a su misma velocidad en cualquier lugar, aun si existe resistencia—, la única tarea colosal en la formulación de la teoría de la relatividad general era considerar la interacción gravitacional como parte de los movimientos de los cuerpos en el universo.

Si bien Newton ya había postulado que la gravedad es la fuerza responsable de la atracción de los cuerpos, no había un consenso entre los físicos tradicionales sobre qué distancia medir entre dos masas atraídas, pues, en la teoría de la relatividad especial, se había comprobado que dicha distancia es relativa según el observador y que, además, el movimiento de ambos no era simultáneo, lo cual evidencia la no universalidad formal de la ley de Newton. Por tales razones, se formula una nueva teoría sobre la gravedad (Bonder y Okon, 2018).

Es así como en 1915 se estructura y se finaliza la teoría de la relatividad general, la cual postula, a grandes rasgos, que el movimiento de los objetos en el universo y la atracción entre las masas no son provocados por la gravedad, sino que, en realidad, se produce por la forma que posee el universo: una curvatura del espacio-tiempo (Simesen, 2018).

Según Pérez (2017), la teoría de la relatividad general describe la interacción de los demás sistemas materiales con el espacio-tiempo, mediante diez ecuaciones diferenciales parcialmente derivadas en forma hiperbólica no lineal para relacionar las propiedades de la materia con el espacio curvo del universo.

Por otro lado, López (2018) indica, respecto a la teoría de la relatividad general, que el universo, en términos geométricos, no puede ser plano, pues la forma del espacio-tiempo es determinada por la distribución de la materia y de su energía. Así, las ecuaciones de Einstein relacionan la forma geométrica del espacio-tiempo y la distribución masa-energía en el universo a través de la siguiente ecuación:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - 1/2 R g_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

Donde:

$G_{\mu\nu}$: tensor de curvatura de Einstein

$R_{\mu\nu}$: tensor de Ricci

R : escalar de curvatura

$g_{\mu\nu}$: métrica espacio-temporal

Λ : constante cosmológica

$T_{\mu\nu}$: tensor de energía-momento

Según Hacyan (2020), la noción novedosa de la teoría de la relatividad es la descripción geométrica de la forma del espacio-tiempo, pues lo que realmente sucede en el universo no es una atracción entre los cuerpos, sino que estos siguen un trayecto recto en caída libre por medio de curvas geodésicas, las cuales son las longitudes mínimas entre dos puntos. El movimiento de los planetas y las estrellas del universo se debe a la forma del espacio-tiempo:

Lo que ocurre, asegura la teoría, es que un planeta se mueve alrededor del Sol sin que este ejerza una fuerza, movimiento debido solo a que el Sol causa una especie de depresión en el espacio-tiempo en la que los planetas se mueven libremente. Esto significa que el movimiento de los planetas es inercial (sin fuerzas) y que ahora el espacio-tiempo es curvo. (Sepúlveda, 2017, p. 29)

Esto quiere decir que la fuerza de gravedad no es la causante del movimiento de los cuerpos y de la masa, sino que todo se debe a la forma geométrica del universo, el cual se compone de rectas geodésicas (curvas). Por último, en Brenes (2018) se describen cinco experimentos que comprueban empíricamente la teoría de la relatividad general de Einstein:

- El efecto Doppler, donde se respalda la relación entre la coordenada temporal y el tiempo propio, por medio de los experimentos de corrimiento hacia el rojo o el azul.
- El movimiento general de las partículas, donde se comprueba que el camino de los objetos en las rectas geodésicas es distinto, pero cumplen con la teoría: las partículas con masa siguen una geodésica temporal, al lado de un cuerpo masivo, mientras que los fotones siguen el camino de la geodésica nula.
- El perihelio de Mercurio, donde se describe el movimiento del planeta como un eclipse, pero, durante el trayecto, el planeta da giros mínimos por cada revolución.

La deflexión de la luz es donde el campo gravitatorio de un cuerpo con masa determina la trayectoria del rayo de la luz.

Asimismo, se deben tomar en cuenta las siguientes ecuaciones:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x^\lambda) dx^\mu dx^\nu, \text{ donde } g_{\mu\nu} \text{ es el tensor métrico.}$$

Para hallar el tensor energía-momentum, es necesario considerar lo siguiente:

$$S_M = \int \sqrt{-g} \mathcal{L}_M d^4x$$

Donde es $\mathcal{L}_M$ la densidad lagrangeana de la materia y energía, mientras que T es la traza de la métrica. Asimismo, el tensor energía-momentum se obtiene variando la acción de la ecuación anterior respecto de la métrica:

$$T_{\mu\nu} = \frac{-2\partial\mathcal{L}_M}{\partial g^{\mu\nu}} + g_{\mu\nu}\mathcal{L}_M$$

Por lo general, el contenido de materia se describe a partir del tensor energía-momentum de un fluido perfecto en cosmología:

$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}$, donde ρ y p son la densidad de energía y presión del fluido, en ese orden; mientras que u^μ se trata de un observador comóvil al fluido mencionado.

Por otro lado, se presenta la ecuación de conservación del tensor energía-momentum:

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0 \Rightarrow \dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \text{ donde } \nabla_\mu \text{ es la derivada covariante.}$$

Además, se cuenta con:

$p = \omega\rho$, donde ω es el parámetro de estado.

En cuanto a la ecuación geodésica, se considera lo siguiente:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma_v^\mu \frac{dx^\nu}{d\lambda} \frac{dx^\rho}{d\lambda} = 0$$

Donde Γ_{ν}^{μ} son los símbolos de Christoffel, que manifiestan la conexión métrica dentro de esta geometría, definidos por la siguiente fórmula:

$$\Gamma_{\nu\lambda}^{\mu} = \frac{1}{2} g^{\mu\rho} (\partial_{\nu} g_{\rho\lambda} + \partial_{\lambda} g_{\rho\nu} - \partial_{\rho} g_{\nu\lambda})$$

Entre tanto, la métrica $G_{\mu\nu}$ sobre la variedad Riemanniana cuatridimensional del espacio-tiempo M está determinada por las ecuaciones de campo de Einstein:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = kT_{\mu\nu}$$

La acción Einstein-Hilbert es la siguiente:

$$S = \frac{1}{2k} \int R \sqrt{-g} d^4x$$

La versión de ecuaciones de campo que Einstein consideró para el campo gravitatorio con su modificación correspondiente fue la que sigue:

$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = kT_{\mu\nu}$, donde Λ es la constante cosmológica, la cual puede relacionarse con una energía del vacío con un tensor energía-momentum, cuya representación es la siguiente:

$$T_{\mu\nu} = \frac{-\Lambda}{k} g_{\mu\nu}$$

Así, si se asume un fluido perfecto de la ecuación con $\omega=1$ en una ecuación de estado barotrópica lineal, se obtiene que la constante equivale a una densidad de energía intrínseca del vacío:

$\rho_{vac} = \frac{\Lambda}{kc^2}$, cuya presión es dada por lo siguiente:

$$p_{vac} = - \frac{\Lambda}{k}$$

CAPÍTULO II

PANORAMA GENERAL DE LA ENERGÍA OSCURA

El universo es un espacio que no solo está compuesto por objetos observables, sino también por otros elementos que no son de fácil acceso para el ser humano. Es así, por ejemplo, que se puede identificar, además de la luz visible, otros tipos de luz, como infrarroja, ultravioleta, microondas, rayos gama, etc.; siendo la primera perceptible al individuo, mientras que las otras no.

Sin embargo, eso no es todo lo que conforma el Universo, sino que existen más componentes que vienen siendo estudiados por las diversas ciencias existentes. Aun así, es posible que la información vertida sobre los elementos que componen el Universo sea observada con cierta incredulidad, por ello, es necesario mencionar que dichos supuestos no se sustentan en la mera intuición, sino que son conclusiones a las que se ha llegado debido a la gravedad. Estos y otros aspectos serán analizados en los siguientes acápite.

2.1. Componentes oscuros del Universo

El mundo encierra una serie de enigmas que la ciencia ha ido develando con el paso del tiempo. El objetivo de las prácticas científicas tiene como fin, precisamente, dar respuesta a las distintas interrogantes que el ser humano se plantea. Es así que, tras una exhaustiva investigación sobre la condición del universo, sus características y otros conocimientos

relevantes para la ciencia, se ha llegado a una conjetura que, en su momento, revolucionó el mundo de la cosmología: la energía oscura se expande en el universo.

La energía oscura es un tipo de energía que se distribuye por todo el universo, es decir, por todo aquello que es perceptible al ojo humano, así como también por aquello que lo no es. Dicho de otra manera, es una energía que ocupa todo el espacio, además de ser la responsable de afectar todo, aunque no sea afectada por nada. Gangui (2020) agrega que esta energía es capaz de generar una dinámica particular, pero, sobre todo, es muy compleja, al punto de resultar de difícil comprensión, si se apela al sentido común.

Es así que surge la necesidad de realizar investigaciones a partir del estudio de la cosmología física, que explica que la energía oscura se encuentra en el espacio, generando presión producida por el aceleramiento de la expansión del universo, debido a la fuerza gravitacional repulsiva. Sin embargo, antes de brindar una explicación sobre la energía oscura a profundidad, es necesario entender qué es la materia oscura, y si es lo mismo la energía oscura que la materia oscura.

Hernández y Delepin (2017) sostienen que la energía oscura —término acuñado por Fritz Zwicky en 1933— fue identificada tras el estudio de las velocidades de rotación de las galaxias. Esta investigación demostró que, según la magnitud de la velocidad, las masas de las galaxias no coincidían con lo que se había concluido, sino que eran menores. Esto llevó a pensar que el factor que generaba esta distinción debía estar en la misma galaxia, aunque no haya sido perceptible, es decir, que existía un elemento “invisible” que generaba dicho resultado.

Posteriormente, en 1970, esta cuestión problemática de Hernández y Delepin (2017) se retomó y tras realizar mediciones sobre las velocidades de rotación al centro galáctico de Andrómeda, siguiendo la fórmula de gravitación universal de Newton (obteniendo $v^2 = G M/R$) que sostiene que “conforme un cuerpo se aleja de otro (la distancia se incrementa) disminuye el valor de la magnitud en comprobación” (p. 514), las velocidades se mantuvieron constantes en los respectivos radios. Este suceso confirmó que existía una materia desconocida, la cual se denominó *materia oscura*.

Ahora bien, otro concepto relevante para el desarrollo de este apartado es la energía oscura, la cual fue detectada tras el estudio del comportamiento de las denominadas *supernovas*. De manera sintetizada se puede afirmar que, durante mucho tiempo, los científicos tenían en mente que el Universo iba ralentizándose paulatinamente, debido a la fuerza de gravedad. Sin embargo, lo que realmente sucedía es que se estaba dando una aceleración en la expansión.

Es así que es necesario establecer la diferencia entre energía y materia oscura. Si bien ambas presentan evidencias gravitacionales, la energía es el fenómeno contrario a la atracción que existe entre dos cuerpos con masa, mientras que la materia es la base de construcción que permite que se forme todo como se conoce (Hernández y Delepin, 2017).

2.2. Clasificación de la materia oscura

De acuerdo con Hernández y Delepin (2017), la materia oscura puede clasificarse en tres subdivisiones posibles, que son:

a. Materia oscura caliente

Es el nombre que reciben las partículas que presentan muy poca masa y que se caracteriza por presentar altas velocidades, similares a las de la luz. Cabe señalar que la materia oscura caliente presenta el inconveniente de formar estructuras de gran escala, tal como lo es una galaxia.

b. Materia oscura fría (CDM)

Se compone de partículas muy pesadas ($m \sim 1-1000 \text{ GeV}$), que presentan una velocidad más pequeña que la de la luz en el espacio vacío.

c. Materia oscura templada

Posee propiedades intermedias de las clasificaciones mencionadas antes.

2.3. Energía oscura holográfica

Este modelo de energía tiene sus bases en la aplicación a la cosmología del principio holográfico conjeturado por Gerard 't Hooft en 1993 y mejorado por Leonard Susskind en 1995, el cual posee como eje principal del estudio el principio holográfico.

2.3.1. Principio holográfico

El principio holográfico se sostiene a partir del supuesto de que los grados de libertad no están distribuidos en regiones encerradas por volúmenes (Susskind, citado en Casanova, 2020), sino que se encuentra en superficies que encierran estos volúmenes. Se puede indicar, en tal caso, que dicho principio se basa en la entropía de agujeros negros (Bekenstein, citado en Casanova, 2020). Asimismo, la estimación de la energía del vacío de un campo escalar en una teoría cuántica de campos efectiva que posee un corte en el ultravioleta generado por la masa de Planck es dada por la siguiente fórmula (Casanova, 2020):

$$\rho\Lambda = \int_0^{M_p} \frac{4\pi}{2(2\pi)^3} k^2 \sqrt{k^2 + m^2} dk \sim \frac{\ell_p^{-4}}{16\pi^2} \sim 10^{71} \text{ GeV}^4.$$

Tal como se muestra, este resultado presenta una diferencia de 10^{118} órdenes de magnitud en relación con la densidad de energía generada por la constante cosmológica (Weinberg, citado en Casanova, 2020). Un método alternativo es el que propone un corte en el infrarrojo, generado por el límite de formación de agujeros negros.

De ahí que la energía final de un sistema que posea un tamaño L no puede exceder a la masa de un agujero negro del mismo tamaño $L^3 \rho \Lambda \leq L M_p^2$ (Andrew *et al.* citado en Casanova, 2020).

Posteriormente, se puede indicar mediante la siguiente fórmula cómo el corte en el infrarrojo que satura la desigualdad produce que se forme una energía oscura de origen holográfico (Casanova, 2020):

$$\rho \Lambda \propto \frac{M_p^2}{L^2}$$

Es así que se puede identificar cuál es el comportamiento de la densidad de energía, la cual se caracteriza por la función de estado, que es generada por:

$$\omega \Lambda = -1 - \frac{1}{\rho \Lambda} \frac{d\rho \Lambda}{d \ln a} + \frac{Q}{3H\rho \Lambda}$$

Se debe considerar, de lo expuesto, que $H(t)$ es la función de Hubble y el $dt = d \ln a / H$.

2.3.2. Modelos holográficos de energía oscura

Los modelos holográficos de energía oscura poseen una base investigativa a partir de formulados basados en el principio holográfico (Granda *et al.*, 2008; Arévalo *et al.*, 2014; Zang *et al.*, 2015; Mathew *et al.*, 2013). Como se señaló anteriormente, este principio postula que la densidad de energía del vacío puede delimitarse a partir de:

$$L^3 \rho x \leq M^2 L$$

Donde:

$$M_p = (8\pi G)^{-1/2}$$

Es la masa reducida de Plank y L es el tamaño límite de la región. Esto quiere decir que la energía total que se forma dentro de la región de L, no debería exceder la masa del agujero del mismo tamaño. De lo que se infiere que la dinámica en cómo funciona el Universo, si es regulada por esta fórmula, L debe ser una escala de longitud cosmológica.

Cabe señalar, que el valor más grande que L puede permitirse es aquel que permite la saturación de la igualdad antes señalada por lo que la densidad de la energía oscura se puede expresar de la siguiente manera (Li, 2004):

$$\rho x = \frac{3c^2 M_p^2}{L^2}$$

Donde c es un parámetro adimensional, es decir, distinto a la rapidez de la luz y el elemento 3 se incluye por conveniencia matemática. Para autores como Campo *et al.* (2011) y Zindahl *et al.* (2015), la longitud L se considera de la siguiente manera:

1. El radio de Hubble:

$$L = H^{-1}$$

Por otro lado, de acuerdo a Pavon y Zimdahl (2005), la densidad de energía oscura holográfica es:

$$\rho_x = 3c^2 M_p^2 H^2.$$

2. El horizonte de eventos futuros:

$$L = R_E$$

Donde

$$R_E(t) = a(t) \int_t^\infty \frac{dt'}{a(t')} = a \int_t^\infty \frac{da'}{H(a')a'^2}.$$

La densidad de energía oscura holográfica en este caso es:

$$\rho_x = \frac{3c^2 M_p^2}{R_E^2}$$

3. Función del escalar de Ricci R . El papel de una distancia proporcional al escalar de Ricci como una escala de conexión causal para perturbaciones se observó en Brustein y Veneziano (2000). Así,

$$L \propto |R|^{-1/2}$$

Donde R es el escalar de Ricci. De ello se desprende que en el último caso de la densidad de la energía oscura holográfica es:

$$\rho_x = \alpha (2H^2 + H),$$

Donde α es una constante.

2.4. Interacción cosmológica y la energía oscura

De acuerdo con Arévalo *et al.* (2017) y Ferreira *et al.* (2013), los modelos de interacción entre la energía oscura y la materia oscura se basan en la premisa de que ninguna simetría existente en la naturaleza puede impedir o suprimir un *acoplamiento no minimal* entre ambos componentes. En algunas clases de estos modelos de interacción, puede solucionarse en gran medida cuando se compara con el MCE.

Es por ello que se han propuesto varios modelos de interacción, a modo de soluciones, ya sea de forma analítica o numérica. Es así que entra a tallar el término de interacción fenomenológica en la ecuación de conservación para los componentes oscuros, como:

$$\rho_c' + \rho_c = -\Gamma ,.$$

$$\rho_x' + (1 + w)\rho_x = \Gamma ,.$$

Donde convenientemente usamos el cambio de la variable $\eta = \ln \alpha^3$ y definimos $(\)' := d/d \eta$. Se puede concluir que $\Gamma > 0$, lo cual indica una transferencia de materia oscura a energía oscura y $\Gamma < 0$ indica lo contrario.

Según Arévalo (2017) y Cid *et al.* (2019), los escenarios que se han estudiado al respecto consideran únicamente componentes oscuros del Universo en relación con la interacción fenomenológica entre estos. Por tanto, es de esperarse que se elijan escenarios de interacción con un término lineal de los componentes oscuros.

CAPÍTULO III

MODELOS COSMOLÓGICOS Y EXPANSIÓN DEL UNIVERSO

La aparición y comportamiento del Universo es una interrogante que muchos científicos, a lo largo del tiempo, han intentado explicar. Por esa razón, hasta el momento, se han planteado una serie de teorías, a partir de las cuales se han podido obtener planteamientos que han sido útiles en la tarea de comprender el origen, las características y la forma cómo actúa cada uno de los componentes que conforman el vasto Universo.

Ante dicha situación es fundamental destacar los modelos cosmológicos a partir de los cuales se ha pretendido entender aspectos fundamentales, como la expansión cosmológica y todo lo que implica. Cabe mencionar, al respecto, que de un escenario en que se creía que el Universo era estático, se pasó a un contexto en el que se comprendió que se encontraba, en realidad, en expansión. Estos aspectos serán contemplados en los siguientes apartados de este capítulo.

3.1. Expansión del universo

El origen del Universo es un aspecto fundamental que, durante mucho tiempo, e incluso en la actualidad, ha sido estudiado debido a la gran cantidad de interrogantes que todavía se manifiestan en torno a este tema. A partir de la comprensión de que el Universo no presenta una característica estática, sino que, por el contrario, se encuentra en

expansión, fenómeno que ha podido ser corroborado a través de diversas observaciones (Quintanilla, 2018), se busca determinar los aspectos relacionados con dicha aseveración.

Asimismo, uno de los acontecimientos que contribuyó a la comprensión de la manera en que apareció el Universo se llevó a cabo en 1929, año en que Edwin Hubble pudo divisar el alejamiento de las galaxias respecto a la Tierra. A partir de sus investigaciones pudo establecer que cuanto más lejos esté una galaxia, se alejaría más rápido; esto quiere decir que el Universo se encuentra en expansión constante (Rojas-Ortega *et al.*, 2020).

Este fenómeno permitió el establecimiento de la teoría del Big Bang, conocida también como la Gran Explosión. En torno a dicha teoría, se menciona que, al principio, el Universo se encontraba compuesto por partículas subatómicas de luz y energía, las cuales, al estar expuestas a altas temperaturas, se multiplicaron y expandieron, de modo que ocuparon más espacio y, así, el Universo empezó a enfriarse. Dichas partículas, al asociarse, formaron átomos, los cuales, por medio de reacciones químicas, dieron origen a las estrellas, mientras que estas son las responsables de la conformación de átomos más grandes y moléculas (Rojas-Ortega *et al.*, 2020).

Asimismo, cabe mencionar que Hubble hizo uso de su telescopio reflector ubicado en el Monte Wilson para realizar una medida cuidadosa de las distancias hacia las nebulosas espirales —conocidas ahora como galaxias espirales— y elípticas, y enlazó sus resultados con las medidas realizadas a las velocidades de dichas nebulosas. Así, Hubble pudo concluir que “las galaxias se alejan y su velocidad de alejamiento es proporcional a su

distancia d a nosotros. Esta es la ley de Hubble: $v = Hd$, donde H es la *constante de Hubble*” (Sepúlveda, 2017, p. 30). Por tanto, se pudo determinar que el Universo se encuentra en expansión.

En cuanto al valor que Hubble dedujo, fue de 500 km por segundo por megaparsec —un parsec equivale a 3.26 años luz—; esto significa que su velocidad de recesión se incrementa en 500 km/s por cada megaparsec de distancia. A pesar de que dicho resultado fue cuestionado, fue útil en el hallazgo de uno que varía en dos factores que están entre 50 y 100 (Sánchez, 2020).

Entonces, se presentó un modelo que se basó en la relatividad general, a partir del cual se afirmaba que el universo es homogéneo y comprende un espacio que se encuentra en expansión y, a partir del cual se deduce la ley de Hubble. Asimismo, se pudo concluir que esta ley es consecuencia del carácter elástico que presenta el espacio: las galaxias conservan sus coordenadas, por lo cual se deduce que no se mueven de la posición que ocupan; no obstante, el espacio entre ellas aumenta conforme pasa el tiempo (Sepúlveda, 2017).

3.2. Componentes del universo

El universo se encuentra conformado por cuatro componentes, de manera esencial.

Estos son los siguientes:

- **Bariones:** partículas compuestas por tres quarks, por lo que su espín es semientero, de modo que se trata de fermiones. Cada barión presenta su respectiva antipartícula constituida desde los quarks o antiquarks. Los neutrones y los protones son los bariones que más se conocen (Martínez, 2017). Por su parte, el número bariónico es la cantidad de bariones que se encuentran en el universo; este se obtiene cuando se resta “el número de bariones menos el número de antibariones dividido por el número de fotones, y este valor es del orden de 10^{-10} ” (López y Delepine, 2017), hecho que indica que por cada barión hay 10 mil millones de fotones.
- **Radiación:** los neutrinos son componentes de radiación cósmica general que representan el 10 % de su densidad, además de los fotones estelares. Asimismo, esta radiación está compuesta por microondas cósmicas de fondo (Raffelt, 2016).
- **Materia oscura fría y energía oscura:** la formación de galaxias requiere de este tipo de materia, en contraste con la materia oscura caliente, de la cual forman parte los neutrinos (Raffelt, 2016). Cabe mencionar que el universo está compuesto, en un 95 %, por materia oscura fría y energía oscura (BBC, 2018).

Asimismo, es importante mencionar que la materia oscura juega un rol fundamental, tanto en la evolución de las galaxias como en la conformación de estructuras; además, ejerce efectos que se pueden medir en la anisotropía de la radiación cósmica de fondo (Nagao, 2018). El modelo cosmológico estándar considera que el universo se originó a partir del Big Bang, al cual le siguió un periodo de inflación; luego, las etapas se encontraron sometidas a la radiación, materia oscura y energía oscura, respectivamente. Dentro de cada momento se llevaron a cabo diversos fenómenos específicos, entre tanto, en la actualidad el Universo se encuentra en expansión acelerada (Gron, 2018).

A fin de determinar la expansión acelerada del Universo, se requiere presión negativa en su contenido de materia-energía, tal como se puede apreciar en las siguientes ecuaciones:

Debido a que:

$$a > 0 \Leftrightarrow (\ddot{p} + 3p) < 0 \quad (2.6)$$

Luego:

$$p < -\rho/3$$

Pero $\rho > 0$, luego $p < 0$. Si se postula que la energía oscura satisface la ecuación de estado (2.6), el parámetro de estado debe cumplir con $\omega < -1/3$ (Gron & Hervik, 2007). Asimismo, se define $-1 < \omega < -1/3$ —para la energía oscura tipo quintaesencia; mientras que

se considera $\omega = -1$ para la energía oscura tipo constante cosmológica; y $\omega < -1$ para la energía oscura tipo fantasma (Gron y Hervik, 2007). Los datos sobre CMB, BAO y Supernovas tipo Ia señalan $\omega = -1.028 \pm 0.032$ (Aghanim *et al.*, 2020) para la energía oscura. Para el caso de un modelo cosmológico dominado por la energía fantasma, esto es $\omega < -1$, la aceleración de la expansión del Universo es mayor que la producida por una constante cosmológica. De este modo, el Universo, en un futuro, experimentaría un final cósmico a tiempo finito, que se conoce también como *big rip*, esto es, tanto el factor de escala como las densidades de energía estarían predispuestos a infinito dentro de un tiempo cósmico finito (Caldwell *et al.*, 2003).

3.3. Modelo cosmológico estándar

El modelo cosmológico estándar propiamente dicho es también conocido como modelo cosmológico de concordancia o modelo Λ CDM. Considera que la creación del universo ocurrió en el Big Bang, a partir de energía pura, de modo que su composición consta de materia oscura en un 27 % y de energía oscura en un 68 %; asimismo, está constituido en un 5 % por energía ordinaria (Robson, 2019).

Otras consideraciones que este modelo toma en cuenta consisten en, por un lado, las interacciones gravitacionales que ocurren entre los tres componentes anteriores del contenido de energía de masa del universo son descritas por la teoría de la relatividad general; por otro lado, el universo posee como características ser homogéneo e isotrópico en escalas suficientemente grandes –cósmicas- (Robson, 2019).

Las bases en las que se apoya el modelo cosmológico estándar están constituidas, básicamente, por dos modelos teóricos (Robson, 2019):

- Modelo estándar de física de partículas, que se caracteriza por realizar la descripción de lo que es muy pequeño en lo que se relaciona con mecánica cuántica.
- Teoría general de la relatividad, que describe la física de lo extenso en relación con la mecánica clásica; además, depende de diversos supuestos de carácter complementario.

Cabe reiterar que el modelo cosmológico estándar tiene como base la siguiente suposición fundamental: el universo presenta como característica, ser estadísticamente homogéneo e isotrópico en las más grandes escalas. Dicha suposición ha sido probada a profundidad en los últimos años, a partir del fondo cósmico de microondas y la estructura de datos a gran escala. No obstante, se espera obtener evidencia concluyente al respecto (Fosalba y Gaztanaga, 2021).

3.4. Principio cosmológico

La ciencia que estudia el universo consiste en la cosmología moderna; además, concibe el universo como un todo armonioso y coherente. Se sabe, con base en las observaciones astrofísicas y a las teorías cosmológicas, que hay un evidente proceso de expansión del Universo, a partir del cual, las diversas galaxias pueden ser apreciadas como puntos lejanos que se encuentran rodeados por extensiones inmensas de espacio que se están expandiendo (Ganguí, 2020).

El principio cosmológico propiamente dicho consiste en que el Universo es homogéneo e isotrópico a gran escala. Por un lado, la homogeneidad indica que no existe posición privilegiada para ningún observador del Universo, de modo que, si la Tierra estuviera ubicada en cualquier otro lugar del Universo, la vista respecto a él sería la misma. Por otro lado, la isotropía señala que no existen direcciones privilegiadas (Ryden, 2006; Secrest *et al.*, 2021).

La confirmación de dichos postulados fue realizada de forma empírica. En el caso de la homogeneidad del Universo, se considera la distribución de las galaxias; mientras tanto, la evidencia que cumple un rol fundamental dentro de la isotropía consiste en el descubrimiento del fondo cósmico de microondas, es decir, una radiación térmica de naturaleza cosmológica (Fixsen, 2009). Cabe mencionar que este tipo de radiación fue analizada con mucho cuidado, por eso se llegó a determinar que posee un carácter isótropo (Aghanim *et al.*, 2020). Desde la perspectiva matemática, homogeneidad corresponde a invariancia en relación con traslaciones espaciales; mientras que isotropía equivale a invariancia bajo rotaciones espaciales (Gron y Hervik, 2007).

La investigación en torno a la cosmología moderna se fundamenta, también, en el postulado de Weyl, que considera el Universo como si se tratara de un fluido perfecto en que las curvas geodésicas equivalen a líneas de mundo de observadores esenciales (Hobson *et al.*, 2006). La formación de la congruencia en el espacio-tiempo se produce debido a las líneas de mundo tipo tiempo de los observadores esenciales. Dichas líneas no se intersecan, a excepción de un punto singular de pasado o futuro; además, por cada uno de los puntos que forman parte del espacio-tiempo pasa una única línea de ese tipo. Así, el parámetro t puede ser asumido como el tiempo propio a lo largo de dicha línea

de cualquier observador esencial, que presenta coordenadas espaciales de carácter fijo conocidas como coordenadas comóviles. Cabe señalar que la cuadrivelocidad de dicho observador en coordenadas comóviles es .

3.5. Ecuaciones de Friedmann

Alexander Friedmann, astrónomo ruso, descubrió que el universo que propuso Einstein es inestable, esto es, si se encuentra en fluctuaciones de densidad, puede expandirse o contraerse, de modo que se aleja de su posición original siempre (Sepúlveda, 2017). Es así como, a partir del principio cosmológico y el postulado de Weyl, se obtiene el elemento de línea de un espacio maximalmente simétrico y de cobertura por medio de la métrica Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW).

Cabe mencionar que esta métrica puede ser aplicada de forma exitosa en el sentido de que subyace al modelo cosmológico estándar, el cual posee mucho éxito cuando se trata de ajustar los grupos de datos de observación actuales y al explicar la aceleración cósmica observada (Cao *et al.*, 2019).

Asimismo, cabe mencionar que esta investigación está centrada en un espacio-tiempo FLRW espacialmente plano; de este modo, se tiene (Gro n y Hervik, 2007):

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)] \quad (2.15)$$

Al utilizar la métrica de la ecuación anterior en las ecuaciones de campo de Einstein y al considerar el tensor de energía-momentum, las ecuaciones de Einstein quedan de la siguiente manera:

$$3 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \kappa \rho,$$

$$2 \left(\frac{\ddot{a}}{a} \right)^2 + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = -\kappa p.$$

En adelante, se van a considerar unidades en las cuales $\kappa = 1$. Después, las ecuaciones anteriores quedan como se aprecia a continuación:

$$3H^2 = \rho,$$

$$2H + 3\dot{H}^2 = -p$$

Estas son las denominadas ecuaciones de Friedmann, en las que ρ representa la densidad total de energía; mientras que p consiste en la presión total; $H = (\dot{a}/a)$ se trata de la tasa de expansión de Hubble del universo; cabe mencionar que el punto denota la derivada en relación con el tiempo cósmico.

CAPÍTULO IV

DETERMINACIÓN DE LA EXPANSIÓN ACELERADA EN LA EVOLUCIÓN DEL UNIVERSO GENERADA POR LA ENERGÍA OSCURA HOLOGRÁFICA CON INTERACCIÓN COSMOLÓGICA

Con base en las diversas investigaciones que se han llevado a cabo respecto al Universo, se considera que este se encuentra en una fase de expansión acelerada. Dicha afirmación se considera a partir de las observaciones cosmológicas tanto de supernovas distantes de tipo *Ia*, como de las medidas de las anisotropías del fondo de microondas. Asimismo, se considera que la aceleración del Universo se debe a la energía oscura, que constituye la mayor parte de la densidad de energía total en la actualidad.

Por otro lado, se considera que las mediciones cosmológicas señalan que el Universo posee la característica de ser aproximadamente plano. Esta propiedad, aunada a la expansión acelerada, da pie al modelo cosmológico estándar, que es capaz de identificar la energía oscura a partir de una constante cosmológica, además de otras contribuciones que están compuestas por materia oscura y materia bariónica, la cual representa alrededor de un 30 % en la era actual y una contribución de radiación del orden de 0.01 % que, actualmente, se asocia a fotones y neutrinos. Esto se puede resumir a partir de sus siglas en inglés, es decir, Λ CDM, donde Λ representa la constante cosmológica y CDM indica materia oscura fría.

Esta investigación se circunscribe al análisis de modelos alternativos al MCE que puedan describir la expansión actual del Universo, además de que solucionen o alivien los problemas que se presentan en el MCE. De este modo, se explora un modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica, el cual es llamado así, puesto que se utiliza el principio holográfico para modelar la energía oscura en el marco de la relatividad general, además de usar la métrica de Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker (FLRW).

El problema de la coincidencia cosmológica es aliviado, en varios casos, a partir de los modelos de energía oscura de tipo holográfica. En particular, se estudia un modelo de energía oscura holográfica que incluye interacción entre los componentes oscuros, que consideran como componentes del universo, los siguientes elementos: bariones, radiación, materia oscura fría y energía oscura.

Asimismo, este modelo es contrastado con datos observacionales de upernovas tipo Ia de la muestra Pantheon, de Cronómetros Cósmicos (CC), de Oscilaciones Acústicas de Bariones (BAO, por sus siglas en inglés), y del Fondo Cósmico de Microondas (CMB, por sus siglas en inglés). Finalmente, se realizó una comparación bayesiana del modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica frente al MCE, que es el más aceptado por la comunidad científica. Además, fueron obtenidos los valores de mejor ajuste para los parámetros holográficos y de interacción, a la luz de los datos observacionales considerados. Se encontró evidencia débil y fuerte que favorece el MCE frente a los escenarios de interacción estudiados cuando se considera el análisis con la muestra Pantheon y el análisis conjunto de los datos observacionales, respectivamente.

Objetivo general

Describir la expansión acelerada que se observa hoy en día en la evolución del Universo, haciendo uso de energía oscura holográfica con interacción cosmológica.

Objetivos específicos

- Acoplar a la métrica la materia oscura fría y energía oscura de tipo holográfica respetando la homogeneidad e isotropía del Universo.
- Contrastar los modelos obtenidos con los datos observacionales.

Modelo Cosmológico Estándar (MCE)

Se encuentra enmarcado en la teoría de la relatividad general de Einstein. Se caracteriza por describir la evolución del Universo a partir del Big Bang, es decir, un estado inicial que fue denso y caliente (Gorbunov y Rubakov, 2011), que considera como fluido perfecto al Universo que está conformado por contenido de materia a gran escala.

Este modelo es exitoso cuando se trata de explicar diversos fenómenos físicos que se observan, tales como la expansión del Universo, la existencia de una radiación cósmica de fondo y la abundancia de elementos ligeros (Weinberg, 2008). En el MCE se usó la ecuación de estado consignada en el capítulo I y los parámetros de estado $w_c = 0$ y w_b para los bariones, radiación, materia oscura fría y energía oscura, respectivamente. Después,

se consideró que estos tipos de materia cumplen independientemente con la ecuación de conservación del tensor energía-momentum, por lo cual se obtuvo:

$$, \rho_b = \rho_{b0} a^{-3},$$

$$\rho_r = \rho_{r0} a^{-4}$$

$$\rho_c = \rho_{c0} a^{-3}$$

$$\rho_x = \rho_{x0},$$

A partir del cual se determina que el factor de escala se puede escribir como una función del *redshift* cosmológico z , como $a = (1 + z)^{-1}$, donde para $z = 0$, entonces se tiene $a = 1$ hoy. El subíndice 0 indica el valor actual del parámetro y $\rho_{x0} \propto \Lambda$ como en la ecuación sobre la constante cosmológica que es equivalente a una densidad de energía intrínseca del vacío. Es así como para cada uno de estos componentes, se define la función de densidad fraccional como (Gron & Hervik, 2007):

$$\Omega_i(a) = \frac{\rho_i(z)}{3H^2}$$

Donde $\sum \Omega_i = 1$ y el subíndice $i = \{b, r, c, x\}$ indican el tipo de materia, esto es, bariones, radiación, materia oscura fría y energía oscura, respectivamente. Al considerar estos componentes, la ecuación $3H^2 = \rho$ puede reescribirse de la siguiente forma:

$$H^2(z) = H_0^2[\Omega_{b0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{c0}(1+z)^3 + \Omega_{x0}]$$

Puesto que el Universo se encuentra en expansión acelerada, $\ddot{a} > 0$ [1 - 6], es importante que se determine una medida adimensional de la aceleración cósmica de la expansión del espacio (Ryden, 2006):

$$q \equiv -\left(1 + \frac{\dot{H}}{H^2}\right) = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}$$

A esto se le denomina parámetro de desaceleración, que caracteriza la aceleración ($q < 0$) o la desaceleración ($q > 0$) del Universo. Al utilizar las ecuaciones de Friedmann —las dos últimas del capítulo III—, junto a la ecuación de estado $p = \omega\rho$, se obtiene el parámetro de desaceleración para el Modelo Cosmológico Estándar como:

$$q = \frac{1}{2} \sum \Omega_i(1 + 3\omega_i) = \frac{1}{2}(\Omega_b + \Omega_c) + \Omega_r + \Omega_x$$

En el marco del MCE, el valor actual del parámetro de desaceleración $q_0 \approx -0.55$ (Velten *et al.*, 2014) indica que el Universo se está expandiendo en forma acelerada.

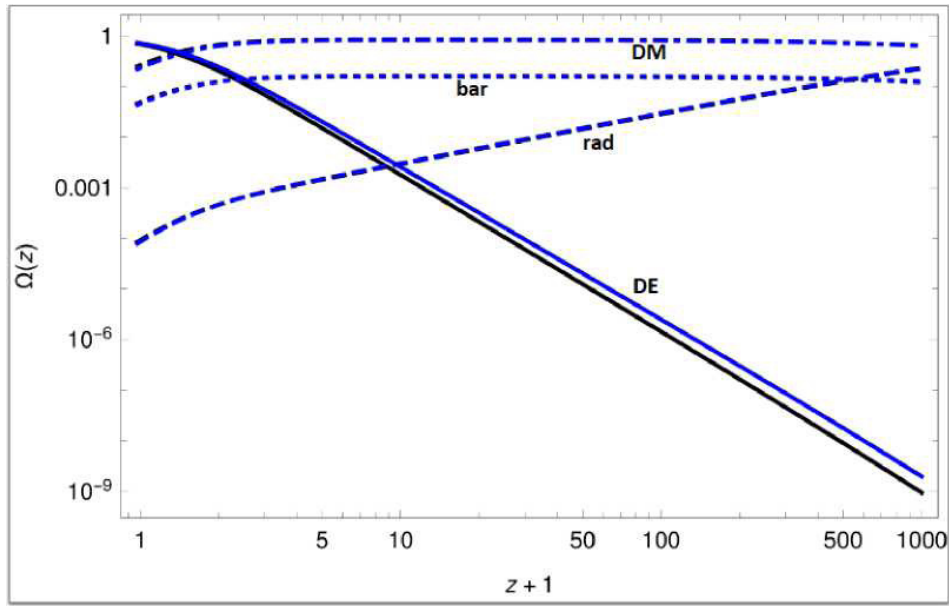
Un modelo alternativo al MCE es el modelo ω CDM, que considera un parámetro más: el parámetro de estado para la energía oscura ; mientras que el MCE asume $\omega = -1$. En la Figura 1 se muestran las funciones de densidad de los distintos tipos de materia que componen el Universo a la luz del MCE y el modelo ω CDM. En este modelo se

emplean los valores $\omega_0 = 1.028 \pm 0.032$, $H_0 = 67.36 \pm 0.54$, $\Omega_b h^2 = 0.02237 \pm 0.00015$ y $\Omega_b h^2 = 0.1200 \pm 0.0012$, tal como se esboza en Aghanim *et al.* (2020).

En la Figura 1 se percibe que ambos modelos son muy parecidos. Por un lado, la evolución de la función de densidad fraccional de los bariones, la radiación y la materia oscura se acercan en gran medida; por otro lado, en la evolución de la función de densidad fraccional de la energía oscura para el MCE (línea azul) y el modelo ω CDM (línea negra), evidencian una clara diferencia.

Problemas en el Modelo Cosmológico Estándar

La gran dificultad que evidencia el MCE es el problema de la constante cosmológica, que deriva de la gran incompatibilidad entre los valores teóricos calculados para la energía del vacío y los que proceden de las observaciones (Gron y Hervic, 2007).

Figura 1. *Gráficas de la función de densidad fraccional*

Nota. Gráficas de la función de densidad fraccional para los bariones (bar), radiación (rad), materia oscura (DM) y energía oscura (DE), que se representan por líneas punteadas, discontinuas, discontinuas con puntos y sólidas, respectivamente. Se muestran dos modelos, el MCE (color azul) y el modelo ω CDM (color negro).

Otra dificultad que deriva del MCE consiste en el problema de la coincidencia cosmológica (Velten *et al.*, 2014). La circunstancia observacional de que los valores actuales de las densidades de energía oscura (ρ_x) y materia oscura (ρ_c) pertenecen al mismo orden de magnitud, $\rho_{c0}/\rho_{x0} \sim \mathcal{O}(1)$, parece señalar que en la actualidad se vive un período muy especial de la historia cósmica.

En el MCE, una relación de densidades de este orden en la actualidad se puede considerar como una coincidencia, puesto que requiere condiciones iniciales muy peculiares. Es así como la interrogante ¿por qué ahora? es conocida como el “problema de coincidencia cosmológica”. Según el MCE, la igualdad $\rho_x = \rho_c$ se llevó a cabo recientemente con un *redshift* $z \approx 0.55$ (Velten *et al.*, 2014).

Se define el parámetro de coincidencia de la forma:

$$r \equiv \frac{\rho_c}{\rho_x}$$

Esta se utiliza, a fin de analizar cómo evoluciona la relación de densidades de energía de estos dos componentes. En el caso del MCE, el parámetro de coincidencia r posee una evolución regular en el tiempo y tiende a cero cuando $a \rightarrow \infty$. Se afirma que se atenúa el problema de la coincidencia cosmológica cuando r es una relación constante estable de las densidades de energía de ambos componentes, esto es, se establece un modelo exactamente solucionable para una transición suave de una fase dominada por la materia a un período posterior de expansión acelerada (Chimento *et al.*, 2003; Pavon, 2007). Este modelo supone que el parámetro de coincidencia evolucione hacia un valor finito, estable y asintótico.

Por otro lado, un problema que ha originado recientemente es la tensión en el valor de la medida observacional de la tasa de expansión actual H_0 . Según Aghanim *et al.* (2020), la colaboración Planck utilizó como base el MCE, datos de CMB, BAO y supernovas,

de modo que determinó un valor de $H_0 = (67.4 \pm 0.5) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$; al mostrar este valor, una tensión sustancial de 3.6σ con respecto a la última determinación local de $H_0 = (73.52 \pm 1.62) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (Riess *et al.*, 2018); valor que es independiente del modelo cosmológico que forma parte de la investigación, mientras que el valor inferido por la colaboración Planck asume el MCE, motivo por el cual dicha tensión podría señalar que algo ocurre en la evolución intermedia del Universo.

Dados los problemas que corresponden al MCE (Winberg, 1989; Velten *et al.*, 2014), además de la incertidumbre teórica de la naturaleza de la energía oscura, han sido sometidos a investigación diversos mecanismos de aceleración cósmica, que incluyen los cambios de la gravedad en grandes escalas, una probable interacción entre los componentes del sector oscuro o un modelamiento de la energía oscura desde el principio holográfico, tal como se podrá observar en apartados posteriores.

Energía oscura holográfica

Principio holográfico

El modelo de energía oscura holográfica presenta como base la aplicación del principio holográfico a la cosmología, que ha sido determinado por 't Hooft (1993) y Susskind (1995): los fenómenos que se encuentran en un volumen se pueden explicar a partir del conjunto de grados de libertad establecidos en su frontera; asimismo, dichos grados de libertad se encuentran precisados por el área de la frontera en vez del volumen.

Dicha afirmación está fundamentada en investigaciones de la entropía del agujero negro, que fue propuesta por Bekenstein (1994). De esta manera, la información que está contenida en cierto volumen de un espacio concreto puede ser conocida por medio de la información que se puede modificar sobre la frontera de dicha región. Una consecuencia esencial consiste en que la cantidad máxima de información que puede presentar una región de espacio determinada, que está rodeada por una superficie diferenciable, se encuentra fijada por el área total de esa superficie (Maldacena, 1999).

Modelos holográficos de energía oscura

Han sido analizados diversos modelos holográficos de energía oscura, tal como se presentan en Granda y Oliveros (2008), Kim *et al.* (2011), Chen y Jing (2009), Gao *et al.* (2009), Granda *et al.* (2009), Del Campo *et al.* (2011), Lepe y Pena (2010), Arévalo *et al.* (2014), Li *et al.* (2015), Fu *et al.* (2012), Chimento *et al.* (2012) y Oliveros y Acero (2015); todos estos se encuentran formulados con base en el principio holográfico.

Según el mencionado principio, la densidad de energía del vacío se puede delimitar como $L^3 \rho_x \leq M_p^2 L$ (Cohen *et al.*, 1999), donde $M_p = (8\pi G)^{-1/2}$ se trata de la masa reducida de Plank y L es el tamaño límite de una región. Este límite supone que la energía total que se encuentra dentro de una región de tamaño L no tiene que exceder la masa de un agujero negro del mismo tamaño. Si esto es aplicado a la dinámica del Universo, L tiene que ser una escala de longitud cosmológica. El valor más grande que se permite de L es el que satura la desigualdad mencionada anteriormente, de modo que la densidad de energía oscura se puede considerar de la siguiente manera (Li, 2004):

$$\rho_x = \frac{3c^2 M_p^2}{L^2}$$

Donde c es un parámetro adimensional, distinto a la rapidez de la luz, y el factor 3 se incluye por conveniencia matemática.

De acuerdo a lo consignado en Del Campo *et al.* (2011) y Zimdahl *et al.* (2015), la longitud L se ha considerado de la siguiente forma:

1. El radio de Hubble: $L=H^{-1}$ (Pavon & Zimdahl, 2005). La densidad de energía oscura holográfica es la siguiente:

$$\rho_x = 3c^2 M_p^2 H^2$$

2. El horizonte de eventos futuros: $L = R_E$ (Ma *et al.*, 2010), donde se considera que:

$$R_E(t) = a(t) \int_t^\infty \frac{dt'}{a(t')} = a \int_a^\infty \frac{da'}{H(a')a'^2}$$

La densidad de energía oscura holográfica es, en este caso:

$$\rho_x = \frac{3c^2 M_p^2}{R_E^2}$$

3. Una función del escalar de Ricci R .

En Brustein y Veneziano (2000), el rol de una distancia que es proporcional al escalar de Ricci como una escala de conexión causal para perturbaciones. Entonces, $L \propto |R|^{-1/2}$, donde R es el escalar de Ricci. En cuanto a este último caso, la densidad de la energía oscura holográfica es $\rho_x \propto R$, mientras que el escenario es considerado como energía oscura holográfica de Ricci.

Dentro de un universo FLRW espacialmente plano, el escalar de Ricci se encuentra dado por $R = 6(2H^2 + \dot{H})$. Además, se asume $L^2 = \frac{6}{R}$; entonces, la densidad de energía oscura holográfica queda como (Gao *et al.*, 2009; Del Campo *et al.*, 2011; Zimdahl *et al.*, 2015):

$$\rho_x = \alpha(2H^2 + \dot{H})$$

Donde α es una constante. Este modelo no da cuenta de que se presenta el horizonte de eventos, de manera que se evita el problema de causalidad y, por tanto, es fenomenológicamente viable; también atenúa el problema de la coincidencia cosmológica (Gao *et al.*, 2009).

En esta circunstancia, el interés de esta investigación se enfoca en una generalización del modelo holográfico de energía oscura de Ricci, que se denomina *energía oscura tipo Ricci* (Granda y Oliveros, 2008; Chen y Jing, 2009; Granda *et al.*, 2009):

$$\rho_x = 3(\alpha H^2 + \beta H)$$

Donde α y β son constantes. Se ha demostrado que este modelo en muchos casos puede aliviar el problema de la coincidencia cósmica (Pavon y Zimdahl, 2005), es decir, el parámetro de coincidencia tiende asintóticamente una constante positiva (Granda *et al.* 2009; Del Campo *et al.*, 2011, Lepe y Pena, 2010; Arévalo *et al.*, 2014). Generalmente, en las publicaciones, los modelos con energía oscura holográfica consideran solamente los componentes oscuros que predominan en el Universo actualmente, con interacción entre estos (Fu *et al.*, 2012; Chimento *et al.*, 2012; Mathew *et al.*, 2013; Mahata y Chakraborty, 2015).

Interacción cosmológica

Los modelos de interacción entre la energía oscura y la materia oscura (Arevalo *et al.*, 2017; Cid *et al.*, 2017; Amendola, 2000; Zimdahl y Pavon, 2001; Chimento, 2010; Ferreira *et al.*, 2013) están basados en el supuesto de que ninguna simetría conocida en la naturaleza puede impedir o suprimir un acoplamiento no minimal entre estos componentes y, por lo tanto, dicha posibilidad debe investigarse con referencia a los datos observacionales (Wang *et al.*, 2016). En algunas clases de los modelos de interacción mencionados, el problema de coincidencia tomado en cuenta puede aliviarse en gran medida cuando se compara con el MCE. De este modo, han sido propuestos diversos modelos de interacción con soluciones

tanto analíticas como numéricas (Arevalo *et al.*, 2017; Cid *et al.*, 2019; Chimento, 2010; Ferreira *et al.*, 2013; Arevalo *et al.*, 2012; Costa & Alcaniz, 2010).

Se introduce un término de interacción fenomenológica en la ecuación de conservación del tensor energía-momentum para los componentes oscuros, de la siguiente manera:

$$\rho'_c + \rho_c = -\Gamma$$

$$\rho'_x + (1 + \omega)\rho_x = \Gamma$$

Donde, convenientemente, se usa el cambio de la variable $\eta = \ln a^3$ y se define $(\quad)'\equiv d/d\eta$. Se nota que $\Gamma > 0$ evidencia una transferencia de materia oscura a energía oscura, mientras que $\Gamma < 0$ indica lo contrario.

En los estudios realizados por Arevalo *et al.* (2017) y Cid *et al.* (2019) se han estudiado contextos donde solo se toman en cuenta los componentes oscuros del Universo y se considera una interacción de carácter fenomenológico entre estos. Es frecuente elegir contextos de interacción con un término lineal o combinaciones lineales de los componentes oscuros (Cataldo *et al.*, 2010). Un ejemplo de ello es que se estudiaron términos de interacción de la forma: $\Gamma_a = \alpha\rho_c + \beta\rho_x$, $\Gamma_b = \alpha\rho'_c + \beta\rho'_x$, $\Gamma_c = \alpha\rho_c\rho_x/\rho$, $\Gamma_d = \rho_c^2/\rho$, $\Gamma_e = \rho_x^2/\rho$, entre otros. Los contextos que presentan interacción lineal, donde los componentes son materia oscura (ρ_c) y energía oscura holográfica (ρ_x), con términos de interacción del tipo $\Gamma \propto \rho_c$ y $\Gamma \propto \rho_x$ son casos particulares estudiados por Fu *et al.* (2012), Chimento *et al.* (2012), Mathew *et al.* (2013) y Mahata y Chakraborty (2015).

Por su parte, Fu *et al.* (2012) analizaron la interacción que se produce entre la materia oscura y energía oscura holográfica, con un término de interacción de la forma $\Gamma \propto \rho$ con $\rho = \rho_x$, $\rho = \rho_c$ y $\rho = \rho_x + \rho_c$, a partir de los cuales obtuvieron una ecuación diferencial de segundo orden para H . Mientras que Chimento *et al.* (2012) analizaron la interacción de la materia oscura y energía oscura holográfica con $\omega = \omega(r)$, donde $r = \rho_c / \rho_x$. Entonces, obtuvieron el término de interacción $\Gamma = \Gamma(\rho, \rho')$ y, finalmente, $\rho_i = \rho_i(a)$ y $\omega = \omega(a)$.

En los siguientes apartados se propone y analiza un modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica en el sector oscuro, considerando como componentes del Universo, bariones, radiación, materia oscura fría y energía oscura holográfica.

Energía oscura holográfica con interacción cosmológica

Debido a que el MCE evidencia ciertos problemas, se busca nuevos modelos del Universo. De este modo, la opción de considerar una distancia proporcional a la escala de Ricci como una escala de conexión causal para perturbaciones fue analizada en Brustein y Veneziano (2000). Desde ese momento, diversos modelos de energía oscura holográfica han sido analizados (Granda y Oliveros, 2008; Del Campo *et al.*, 2011; Zimdahl *et al.*, 2015).

Se puede estudiar los escenarios de energía oscura holográfica a partir de dos enfoques diferentes. El primero manifiesta el parámetro de estado de la energía oscura variable o con alguna parametrización, tal como se presenta en Arevalo *et al.* (2014); en caso del segundo enfoque, este considera un término de interacción entre los componentes oscuros (Fu *et al.*, 2012; Oliveros y Acero, 2015; Chattopadhyay y Pasqua, 2013), escenario

que fue elegido para llevar a cabo esta investigación. En los siguientes apartados se va a evidenciar el desarrollo matemático para analizar el modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica entre los componentes oscuros.

Energía oscura holográfica con interacción cosmológica

Se considera un universo plano, homogéneo e isotrópico en el marco de la relatividad general y la métrica de FLRW espacialmente plana. La ecuación de Friedmann en este contexto se escribe como , donde se asumen unidades en las cuales $8\pi G = c = 1$.

Tabla 2. *Subcasos del término de interacción*

Modelo	Condición	Subcasos de interacción
Modelo 1	$\alpha_1 = 0$	$\Gamma_1 = \beta_1 \rho_x$
Modelo 2	$\beta_1 = 0$	$\Gamma_2 = \alpha_1 \rho_c$
Modelo 3	$\alpha_1 = \beta_1$	$\Gamma_3 = \alpha_1 (\rho_c + \rho_x)$

Un escenario cosmológico realista contiene bariones, radiación, materia oscura fría y un componente de energía oscura que en este trabajo asumimos holográfica. En este contexto, consideramos la ecuación de Friedmann $3H^2=\rho$ y la ecuación de conservación asumiendo $\rho = \rho_b + \rho_r + \rho_c + \rho_x$ y $p = p_b + p_r + p_c + p_x$. De aquí en adelante y por simplicidad definimos , a lo que llamamos sector oscuro. Además, se considera una ecuación de estado barotrópico para todos los componentes (Gron y Hervik, 2007), como (2.6) con $\omega_b=0$, $\omega_r = 1 / 3$, $\omega_c = 0$ y $\omega_x = \omega$. Adicionalmente, al incluir una interacción fenomenológica en el sector oscuro, separamos la ecuación de conservación, de donde

se obtuvo las dos primeras expresiones del apartado del Modelo Cosmológico Estándar, junto con las dos ecuaciones del apartado de interacción cosmológica.

De las ecuaciones de generalización del modelo holográfico de energía oscura de Ricci y $3H^2=\rho$, se aprecia que:

$$\rho_x = \alpha\rho + \frac{3\beta}{2}\rho'$$

Donde $\rho = \rho_b + \rho_r + \rho_d$. De (2.22) y (2.23) obtenemos fácilmente $\rho_b'' = \rho_b' = \rho_b$ y $\rho_r'' = -\frac{4}{3}\rho_r' = \frac{16}{9}\rho_r$. Usando $\rho_c = \rho_d + \rho_x$, $\rho = \rho_b + \rho_r + \rho_d$, (3.1), la primera ecuación de interacción cosmológica y las dos primeras ecuaciones del Modelo Cosmológico Estándar se obtiene una ecuación diferencial de segundo orden para la densidad de energía del sector oscuro ρ_d de la forma:

$$\frac{3\beta}{2}\rho_d'' + \left(\alpha + \frac{3\beta}{2} - 1\right)\rho_d' + (\alpha - 1)\rho_d + \frac{1}{3}(2\beta - \alpha)\rho_{r0}a^{-4} = \Gamma \quad (4.2)$$

Para una interacción dada Γ , tal que $\Gamma = \Gamma(\rho_d, \rho_d', \rho, \rho')$. Al resolver (4.2), se encuentra encontramos la densidad de energía ρ_d , y las densidades de energía ρ_c y ρ_x usando la ecuación (4.1).

En la presente investigación se analiza una interacción lineal definida como $\Gamma = \alpha_1 \rho_c + \beta_1 \rho_x$ (Arevalo *et al.*, 2017; Cid *et al.*, 2019), que incluye tres subcasos, $\alpha_1=0, \beta_1=0$, y $\alpha_1=\beta_1$, que se denominan Modelo 1, Modelo 2 y Modelo 3, respectivamente, como se muestra en la Tabla 2. Se debe notar que se puede realizar la descripción de

todas las interacciones estudiadas en la presente investigación como combinaciones de los términos ρ_d, ρ'_d, ρ y ρ' .

Luego, al reescribir la ecuación (4.2), esta se convierte en:

$$\rho_d'' + b_1 \rho_d' + b_2 \rho_d + b_3 a^{-3} + b_4 a^{-4} = 0, \quad (4.3)$$

Que incluye los tres tipos de interacción de nuestro interés, donde las constantes b_i son dadas por:

$$b_1 = 1 + \alpha_1 - \beta_1 - 2(1 - \alpha)/3\beta \quad (4.4)$$

$$b_2 = 2(\alpha(1 - \beta_1 + \alpha_1) - 1 - \alpha_1)/3\beta \quad (4.5)$$

$$b_3 = (\beta_1 - \alpha_1)(1 - 2\alpha/3\beta)\rho_{b0} \quad (4.6)$$

$$b_4 = 2\rho_{r0}((2\beta - \alpha)/3 - (\beta_1 - \alpha_1)(\alpha - 2\beta))/3\beta \quad (4.7)$$

Estas son diversas combinaciones de los parámetros para una interacción particular. La solución general de la ecuación (4.3) presenta la siguiente forma:

$$\rho_d(a) = Aa^{-3} + Ba^{-4} + C_1 a^{3\lambda_1} + C_2 a^{3\lambda_2}, \quad (4.8)$$

Donde las constantes de integración están otorgadas por:

$$C_1 = \frac{3A\beta(1 + \lambda_2) + B\beta(4 + 3\lambda_2) + 3H_0^2(-2\alpha + 2\Omega_{x0} + \beta(3\Omega_{b0} + 4\Omega_{r0} - 3\lambda_2(\Omega_{c0} + \Omega_{x0})))}{3\beta(\lambda_1 - \lambda_2)}$$

$$C_2 = -A - B + 3H_0^2(\Omega_{c0} + \Omega_{x0}) - C_1, \quad (4.9)$$

Mientras que H_0 , Ω_{b0} , Ω_{r0} , Ω_{c0} y Ω_{x0} son los valores actuales del parámetro de Hubble, el parámetro de densidad (esto es $\Omega_{i0} = \rho_{i0}/3H_0^2$ con $i = \{b, r, c, x\}$) para los bariones, la radiación la materia oscura fría y la energía oscura holográfica, respectivamente. Asimismo, se tiene lo siguiente:

$$A = \frac{b_3}{b_1 - b_2 - 1} \quad y \quad B = A = \frac{9b_4}{12b_1 - 9b_2 - 16}, \quad (4.10)$$

Además:

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2} \left(b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_2} \right) \quad y \quad \lambda_2 = -\frac{1}{2} \left(b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4b_2} \right). \quad (4.11)$$

Finalmente, la tasa de expansión en términos del *redshift* cosmológico se puede describir de la siguiente forma:

$$H(z) = H_0 \sqrt{\left(\Omega_{b0} + \frac{A}{3H_0^2} \right) (1+z)^3 + \left(\Omega_{r0} + \frac{B}{3H_0^2} \right) (1+z)^4 + \frac{C_1}{3H_0^2} (1+z)^{-3\lambda_1} + \frac{C_2}{3H_0^2} (1+z)^{-3\lambda_2}} \quad (4.12)$$

Con $\Omega_{b0} + \Omega_{r0} + \Omega_{c0} + \Omega_{x0} = 1$.

Por otro lado, si se emplea (4.1) en la segunda ecuación de interacción cosmológica, el parámetro de estado de la energía oscura holográfica se escribe de la siguiente manera:

$$\omega = \frac{2\Gamma - 3\beta\rho'' - (2\alpha + 3\beta)\rho' - 2\alpha\rho}{3\beta\rho' + 2\alpha\rho} \quad (4.13)$$

Después, se aplica (4.8) y las dos primeras ecuaciones del Modelo Cosmológico Estándar, en (4.13), esta ecuación queda de la siguiente forma:

$$\omega(a) = \frac{D_1 a^{-4} - D_2 a^{-4} + D_3 a^{3\lambda_1} + D_4 a^{3\lambda_2}}{\tilde{A} a^{-3} + \tilde{B} a^{-4} + \tilde{C}_1 a^{3\lambda_1} + \tilde{C}_2 a^{3\lambda_2}} \quad (4.14)$$

Donde:

$$\tilde{A} = (2\alpha - 3\beta)(A + \rho_{b0}) \quad (4.15)$$

$$\tilde{B} = 2(\alpha - 2\beta)(B + \rho_{r0}) \quad (4.16)$$

$$\tilde{C}_1 = C_1(3\beta\lambda_1 + 2\alpha) \quad (4.17)$$

$$\tilde{C}_2 = C_2(3\beta\lambda_2 + 2\alpha) \quad (4.18)$$

Y los coeficientes constantes están dados por:

$$D_1 = 2\alpha_1 A + (2\alpha - 3\beta)(\beta_1 - \alpha_1)(A + \rho_{b0}) \quad (4.19)$$

$$D_2 = 2\alpha_1 B + 2(\alpha - 2\beta)(1/3 - \alpha_1 + \beta_1)(B + \rho_{r0}) \quad (4.20)$$

$$D_3 = C_1(2\alpha_1 + (2\alpha + 3\beta\lambda_1)(\beta_1 - \alpha_1 - 1 - \lambda_1)) \quad (4.21)$$

$$D_4 = C_2(2\alpha_1 + (2\alpha + 3\beta\lambda_2)(\beta_1 - \alpha_1 - 1 - \lambda_2)) \quad (4.22)$$

Se nota que en el límite al futuro $\alpha \rightarrow \infty$, la expresión (4.14) se convierte en $\omega \rightarrow \frac{D_3}{C_1(3\beta\lambda_1 + 2\alpha)}$ para $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$, mientras que para $\lambda_2 > \lambda_1 > 0$ se tiene $\omega \rightarrow \frac{D_4}{C_2(3\beta\lambda_2 + 2\alpha)}$.

Por otro lado, para el parámetro de coincidencia se obtiene:

$$r = \frac{\rho_d}{\left(\alpha - \frac{3\beta}{2}\right)\rho_b + (\alpha - 2\beta)\rho_r + \alpha\rho_d + \frac{3\beta}{2}\rho_d''} - 1. \quad (4.23)$$

Al usar las dos primeras ecuaciones del Modelo Cosmológico Estándar y (4.8) en la expresión anterior, se obtiene $r = r(a)$. Por lo tanto, se puede calcular el límite asintótico de $r(a)$ cuando $a \rightarrow \infty$. Para nuestro tipo de interacción obtenemos:

$$r_{\infty} = \frac{2}{2\alpha + 3\beta\lambda_i} - 1, \quad (3.24)$$

Esta es una constante que depende de los parámetros de interacción, donde $\lambda_i = \max \{ \lambda_1, \lambda_2 \}$ para $\lambda_1 > 0$. Se nota que este límite para el parámetro de coincidencia r tiende a un valor constante a diferencia del MCE. Finalmente, de la ecuación (4.12) se encuentra el parámetro de desaceleración como:

$$q = -\left(1 + \frac{3\rho'}{2\rho}\right) \quad (4.25)$$

Luego:

$$q(a) = -\left(1 + \frac{-3(\rho_{b0} + A)a^{-3} - 4(\rho_{b0} + B)a^{-4} + 3(C_1\lambda_1 a^{3\lambda_1} + C_2\lambda_2 a^{3\lambda_2})}{2(\rho_{b0} + A)a^{-3} + 2(\rho_{b0} + B)a^{-4} + 2(C_1 a^{3\lambda_1} + C_2 a^{3\lambda_2})}\right) \quad (4.26)$$

Por otra parte, se usa la fórmula considerada para obtener la función de densidad fraccional de cada uno de los componentes:

$$\Omega_b = \frac{\Omega_{b0}a^{-3}}{(\Omega_{b0} + A)a^{-3} + (\Omega_{r0} + B)a^{-4} + C_1 a^{3\lambda_1} + C_2 a^{3\lambda_2}} \quad (4.27)$$

$$\Omega_r = \frac{\Omega_{b0}a^{-4}}{(\Omega_{b0} + A)a^{-3} + (\Omega_{r0} + B)a^{-4} + C_1 a^{3\lambda_1} + C_2 a^{3\lambda_2}} \quad (4.28)$$

$$\Omega_x = \alpha + \beta \left(\frac{-3(\rho_{b0} + A)a^{-3} - 4(\rho_{b0} + B)a^{-4} + 3(C_1\lambda_1 a^{3\lambda_1} + C_2\lambda_2 a^{3\lambda_2})}{2(\rho_{b0} + A)a^{-3} + 2(\rho_{b0} + B)a^{-4} + 2(C_1 a^{3\lambda_1} + C_2 a^{3\lambda_2})} \right) \quad (4.29)$$

$$\Omega_c = 1 - \Omega_x - \Omega_b - \Omega_r \quad (4.30)$$

Las expresiones de la tasa de expansión de Hubble (4.12), del parámetro de coincidencia (4.23), del parámetro de desaceleración (4.26) y de la función de densidad para cada tipo de materia (4.27) - (4.30) son analizados en los apartados de contraste observacional.

Contraste observacional

Este tipo de contraste de modelos es fundamental en cosmología, puesto que establece la validez de estos modelos en relación con los datos observacionales de los que se dispone. Actualmente, se tiene a la mano una gran cantidad de datos para el análisis de los modelos teóricos. La información empleada para el contraste observacional de los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica analizados en la presente investigación son los siguientes: los cronómetros cósmicos, obtenidos a través del *differential age method* (Moresco, 2016); datos de supernovas tipo Ia a través de la compilación Pantheon (Scolnic, 2018); datos de las oscilaciones acústicas de los bariones (Beutler *et al.*, 2011; Ross *et al.* 2015; Ata *et al.*, 2018; Alam *et al.*, 2017; du Mas des Bourboux *et al.*, 2017); y datos de la radiación cósmica de fondo (Aghanim *et al.*, 2020). Además, se realiza el análisis bayesiano para la comparación de los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica frente al Modelo Cosmológico Estándar.

Datos de las oscilaciones acústicas de bariones

La materia bariónica, a comienzos del Universo, estuvo totalmente ionizada y acoplada a la radiación, de modo que formó un plasma que es atraído a potenciales gravitatorios creados por sobredensidades de materia oscura. A la par, la presión de radiación presentaba la tendencia a dispersar los bariones. Este proceso de atracción y repulsión fue responsable

de la formación de ondas de sonido en el plasma. En el Universo en expansión, dichas ondas se extienden hasta el momento del desacople entre la materia bariónica y la radiación. En el momento en que la temperatura en el Universo cae hasta los , la materia bariónica comienza a recombinarse y forma átomos neutros, por lo cual, la radiación se desacopla de los bariones. En ese momento, las ondas de sonido que se propagan en el plasma se congelan a una distancia que el horizonte acústico brinda (Aghanim *et al.*, 2020). Hoy se puede detectar vestigios de estas ondas de sonido en los mapas de distribución de galaxias, a través de los datos de BAO.

Tabla 3. *Mediciones isotrópicas de BAO utilizadas en el análisis*

Survey	z	d_z
6dFGS	0.106	2.98
MGS	0.15	4.47
eBOSS	1.52	26.1

Las mediciones isotrópicas de la señal BAO se dan en términos de la relación adimensional:

$$d_z(z) = D_v(z)/r_s(z_d), \quad (4.31)$$

Donde D_v se trata de una combinación de las escalas de línea de visión y de distancia transversal definidas en la referencia (Eisenstein *et al.*, 2005), es el *redshift* en la época *drag* y $r_s(z)$ es el tamaño comóvil del horizonte de sonido, donde D_v y r_s son definidas por:

$$D_v(z) = \left((1+z)^2 D_A(z)^2 \frac{cz}{H(z)} \right)^{1/3} \text{ y } r_s(z) = \int_z^\infty \frac{c_s dz}{H(z)} \quad (4.32)$$

Con la rapidez de la luz, la distancia del diámetro angular $D_A(z) = \frac{c}{1+z} \int_0^z \frac{dz}{H(z)}$, de modo que la velocidad del sonido del fluido de fotones-bariones es $c_s = \frac{c}{\sqrt{3(1+R)}}$ y $R = \frac{3\Omega_{b0}}{4\Omega_{\gamma 0}(1+z)}$ (Eisenstein y Hu, 1998).

Se utilizaron medidas isótropas de BAO de 6dFGS (Beutler *et al.*, 2011), MGS (Ross *et al.*, 2015) y EBOSS (Ata *et al.*, 2018), como se muestra en la Tabla 3. Las mediciones anisótropas de BAO fueron tomadas de BOSS DR12 (Alam *et al.*, 2017) y Ly α forest (du Mas des Bourboux *et al.*, 2017), que se definen en términos de D_A y $D_H = c/H(z)$ como se muestra en Tabla 4, que, junto con la matriz de covarianza correspondiente a esos datos, fueron utilizados en el presente análisis (Evislin *et al.*, 2018).

Tabla 4. *Mediciones anisótropas de BAO utilizadas en el análisis*

Survey	z	Medida
BOSS DR12	0.38	$\frac{D_A(0.38)}{r_s(z_d)} = 7.42$
BOSS DR12	0.38	$\frac{D_A(0.38)}{r_s(z_d)} = 24.97$
BOSS DR12	0.51	$\frac{D_H(0.38)}{r_s(z_d)} = 8.85$
BOSS DR12	0.51	$\frac{D_A(0.51)}{r_s(z_d)} = 22.31$
BOSS DR12	0.61	$\frac{D_H(0.51)}{r_s(z_d)} = 9.69$
BOSS DR12	0.61	$\frac{D_A(0.61)}{r_s(z_d)} = 20.49$
BOSS DR12	2.4	$\frac{D_A(2.4)}{r_s(z_d)} = 10.76$
BOSS DR12	2.4	$\frac{D_A(2.4)}{r_s(z_d)} = 8.94$

Dato de la anisotropía en la radiación de fondo

Los fotones del CMB que nos llegan actualmente atraviesan casi todo el Universo observable. En el recorrido, sus trayectorias son desviadas por gradientes de los potenciales gravitacionales asociados a las inhomogeneidades en el Universo. La única contribución de los datos de CMB que se considera es la escala angular del horizonte de sonido en el *last scattering*:

$$\theta_* = \frac{r_s(z_*)}{(1+z_*)D_A(z_*)} \quad (4.33)$$

Donde el tamaño comóvil del horizonte de sonido se evalúa en $z_* = 1089.80$, de acuerdo con los resultados de Planck en 2018 (Aghanim *et al.*, 2020). Se compara

el valor obtenido en este estudio con el reportado por la colaboración Planck en 2018, $100\theta_* = 1.04119 \pm 0.00029$ (Aghanim *et al.*, 2020).

Cronómetros cósmicos

Los 24 datos de cronómetros cósmicos utilizados se obtuvieron a través del *differential age method*, tal como se aprecia en la Tabla 3 consignada en Cid *et al.* (2019). Como se sugiere en Jimenez & Loeb (2002), se considera la edad relativa de galaxias que evolucionan pasivamente, con respecto al *redshift*. Se trata del único método que brinda mediciones directas cosmológicas independientes del modelo de expansión del universo (Verde *et al.*, 2014).

Al tomar en cuenta la relación entre las edades diferenciales, dt y la respectiva diferencial en el redshift, dz , se obtiene $H(z)$ de este modo:

$$H_{(z)} = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt} \quad (4.34)$$

Para el presente análisis, el valor teórico de $H(z)$ viene dado por la ecuación (4.12). En Verde *et al.* (2014), se determina que la información de la historia de la expansión del universo podría no ser necesariamente regular fuera de $0.1 < z < 1.2$. Asimismo, Moresco *et al.* (2012) también han demostrado que fuera de este rango, el modelo de síntesis de población estelar considerado para derivar las edades de las galaxias se vuelve relevante, de modo que solo se utilizan datos de *redshift* hasta $z < 1.2$.

Supernova tipo Ia

Se estableció que el Universo a gran escala está en expansión acelerada desde las observaciones actuales de supernovas de tipo Ia. Se usó la última compilación de datos de supernovas, la “Muestra Pantheon”, que presenta un conjunto de 1048 SNe Ia (Scolnic *et al.*, 2018) confirmadas de forma espectroscópica para $0.01 < z < 2.3$, que está compuesto por una combinación del subconjunto de 279 PS1 (Scolnic *et al.*, 2015) SN Ia $0.03 < z < 0.68$ con estimaciones adecuadas de la distancia de SN Ia de SDSS (Sako *et al.*, 2018) en el intervalo $0.05 < z < 0.4$, además de SNLS (Conley *et al.*, 2011) hasta el redshift $z < 1$, varias muestras con bajo z ($z < 0.1$) y algunas de alto *redshift* dadas por Hubble Space Telescope SNe (Bohlin *et al.*, 2014) con *redshift* $0.216 < z < 1.755$.

La compilación Pantheon otorga la magnitud aparente $m_B(z)$ para 1048 supernovas, con su matriz de covarianza respectiva. m_B equivale a la magnitud absoluta y se encuentra estimada en el ajuste a manera de un parámetro *nuisance*; esto es, un parámetro que no es de relevancia cosmológica (Scolnic *et al.*, 2018). Teóricamente, se estima el módulo de distancia para los modelos estudiados, por medio de la relación:

$$\mu(z) = m(z) - M_B = 5 \log d_L(z) + 25 \quad (4.35)$$

Donde d_L es la distancia luminosa en unidades de M_{pc} dada como:

$$d_L = (1 + z) \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \quad (4.36)$$

$$Y E(z) \equiv H(z)/H_0$$

Los análisis que implican el conjunto de datos de Pantheon se llevaron a cabo a partir de la comparación de la magnitud pronosticada $m(z)$ de la ecuación (4.35) con las observadas en la muestra de Pantheon, tal como se aprecia en Scolnic *et al.* (2018), que se denotan por $m_B(z)$ y representan la magnitud máxima observada en la banda B en el marco de reposo. Los análisis de Monte Carlo para la muestra Pantheon SNe Ia fueron llevados a cabo a partir de la consideración de un *likelihood* gaussiana multivariante de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}(D|\Theta) = \exp[-X^2(D|\Theta)/2] \quad (4.37)$$

Con

$$X^2(\Theta) = [m_B - m(\Theta)]^T C^{-1} [m_B - m(\Theta)] \quad (4.38)$$

Donde Θ representa el conjunto de parámetros del modelo, C corresponde a la matriz de covarianza de las mediciones de m_B , que incorpora la incerteza estadística y sistemática, tal como se manifiesta en Scolnic *et al.* (2018). Así como para la muestra Pantheon de SNe Ia, se considera una *likelihood* gaussiana multivariante para los datos BAO, CC y CMB. A fin de ello, la función chi-cuadrado para la medición de una función genérica f es definida del modo siguiente:

$$x_f^2(\Theta) = \sum_i \frac{f(z_i) - f(z_i, \Theta)}{\sigma f_i} \quad (4.39)$$

Donde $f(z_i)$ representa el valor medido para f en *redshift* z_i , donde $f(z_i, \Theta)$ se calcula desde la consideración de un modelo con parámetros. La función representa las funciones $d_z(z)$ (o D_H y D_A), $H(z)$ y $\theta_*(z)$ $\theta^*(z)$ para datos de BAO, CC y CMB, respectivamente.

Ahora bien, para el análisis conjunto, la *likelihood* total es obtenida como el producto de los *likelihoods* individuales asociadas a cada dato haciendo uso de la definición de chi-cuadrado en la ecuación (4.39). Un ejemplo de ello es que el análisis conjunto completo está dado por: $\mathcal{L}_{conjunto} = \mathcal{L}_{m(z)} \times \mathcal{L}_{BAO} \times \mathcal{L}_{H(z)} \times \mathcal{L}_{\theta_* z}$. Una medida del ajuste del modelo frente a los datos observacionales es X^2_{red} , que es definida del modo siguiente (Liddle, 2007):

$$\theta_* = \frac{r_s(z_*)}{(1 + z_*)D_A(z_*)} \quad (4.33)$$

Donde X^2_{min} se trata del valor mínimo de la función X^2 (4.39), N es el número de datos considerados, y n es el número de grados de libertad (parámetros libres del modelo). Este valor es un indicador del buen ajuste del modelo a los datos observacionales, siempre $X^2_{red} \approx 1$ que .

Selección bayesiana de modelos

El método de inferencia bayesiana es usado con frecuencia cuando se analizan los escenarios cosmológicos (Arevalo *et al.*, 2017; Cid *et al.*, 2019), dado que este consiste en una técnica estadística robusta para la estimación de parámetros y la selección de modelos. El término *bayesiano* proviene del uso que se hizo del teorema de Bayes durante el proceso de inferencia. La nueva información o datos que se encuentran disponibles son aprovechados para actualizar los saberes de un modelo o la probabilidad de una hipótesis. Desde la perspectiva matemática, el teorema de Bayes otorga la probabilidad a posteriori para un

conjunto de parámetros , dados los datos descritos por un modelo , como se expone a continuación (Liddle, 2007):

$$P(\theta|\mathcal{D}, \mathcal{M}) = \frac{\mathcal{L}(\mathcal{D}|\theta, \mathcal{M})P(\theta|\mathcal{M})}{\mathcal{E}(\mathcal{D}|\mathcal{M})} \quad (4.41)$$

Donde $\mathcal{L}$, P y $\mathcal{E}$ representan el *likelihood*, el prior y la evidencia, respectivamente.

En la perspectiva bayesiana de estimación de parámetros, la evidencia en la ecuación (4.41) se trata solamente de una constante de normalización; no obstante, se vuelve un ingrediente clave en la comparación bayesiana de modelos. Con la finalidad de comparar los modelos $\mathcal{M}_i$ y $\mathcal{M}_j$, dado un conjunto de datos, se emplea el factor de Bayes, definido en términos de la evidencia de los modelos $\mathcal{M}_i$ y $\mathcal{M}_j$ como en siguiente caso:

$$B_{ij} = \mathcal{E}_i/\mathcal{E}_j \quad (4.42)$$

Donde la evidencia corresponde al valor medio del *likelihood* sobre el espacio total de parámetros del modelo permitido, antes de revisar los nuevos datos. Si los modelos $\mathcal{M}_i$ y $\mathcal{M}_j$ poseen la misma probabilidad a priori, entonces el factor de Bayes otorga las probabilidades a posteriori de los dos modelos.

Actualmente, las técnicas de muestreo Monte Carlo son aplicadas con frecuencia, a fin de construir la distribución a posteriori de los parámetros, ya que resulta complicado calcular esta distribución numéricamente (Lewis y Bridle, 2002; Mukherjee *et al.*, 2006). Así pues, se llevó a cabo un análisis que implica los datos descritos para el contraste observacional y la aplicación del algoritmo *nested sampling* (NS) de la técnica Monte Carlo

(Skilling, 2006), que se conoce por ser eficiente en el cálculo de la evidencia, puesto que está diseñado para estimar directamente la relación entre la función *likelihood* y los priors, y se obtiene, de esta manera, la evidencia y su error. Se empleó el algoritmo PyMultiNest (Feroz *et al.*, 2009; Feroz *et al.*, 2013), a fin de realizar el cálculo de los valores de la evidencia y generar las distribuciones a posteriori. Este algoritmo necesita una tolerancia global de evidencia de 0.01 como criterio de convergencia y se trabajó con un conjunto de 1000 *live points* para mejorar la precisión en la estimación de la evidencia.

Tabla 5. *La escala de Jeffreys*

$ \ln B_{ij} $	Interpretación
< 1	no concluyente
1	débil
2:5	moderada
5	fuerte

Nota. La columna de la izquierda indica el umbral para el logaritmo del factor de Bayes y la columna de la derecha la interpretación de la intensidad de evidencia correspondiente al umbral anterior.

A fin de realizar la comparación entre el modelo de energía oscura holográfica y la interacción cosmológica con el MCE, se utilizó una versión conservadora de la escala de Jeffreys establecida en Trotta (2008) (ver Tabla 5). La escala de Jeffreys otorga una medida empírica para interpretar la evidencia al comparar dos modelos en competencia. La evidencia a favor/en contra del modelo $\mathcal{M}_i$ en relación con el modelo $\mathcal{M}_j$, se interpreta como no concluyente, débil, moderada y fuerte según el caso, como

se muestra en la Tabla 5, las cuales están asociadas a una probabilidad en el rango $(0, 0.750)$, $(0, 0.750, 0.923)$, $(0.923, 0.993)$ y $(0.993, 1)$, respectivamente (Trotta, 2008). En esta investigación el MCE es considerado como el modelo de referencia $\mathcal{M}_j$, de este modo, los subíndices en el factor de Bayes (4.42) se suprimirán en lo sucesivo.

En esta investigación, las distribuciones a priori tomadas en cuenta se observan en la Tabla 6. Se escogió un prior uniforme para los parámetros del modelo estudiado, como Ω_c , α , β , α_1 , β_1 , y M_B , y un prior Gaussiano para el parámetro que determina γ y para el parámetro δ del modelo ω CDM. Con respecto al parámetro Ω_c , se eligió un prior uniforme conservativo entre 0 y 1 y para el parámetro de Hubble adimensional h se consideró el valor tomado en cuenta por Riess *et al.* (2018), debido a su alto nivel de precisión e independencia del modelo cosmológico en análisis. Los priors de los parámetros holográficos α y β se consideraron positivos y pequeños (Arevalo *et al.*, 2014; Chimento *et al.*, 2012; Chattopadhyay y Pasqua, 2013), puesto que, se tomó en cuenta a priori la densidad de energía positiva. Los priors de los parámetros de interacción α_1 y β_1 toman en cuenta una distribución uniforme que se concentra en cero; es decir, se considera que las interacciones son pequeñas (Arevalo *et al.*, 2017; Cid *et al.*, 2019), y para el parámetro de la muestra pantheon, M_B se usó como referencia el valor que mencionan Scolnic *et al.* (2018). Por tanto, se toma en cuenta una distribución uniforme entre -20 y -18. Finalmente, se toma el valor reportado por Aghanim *et al.* (2020) para el parámetro σ_8 del modelo CDM.

Tabla 6. *Información a priori de los parámetros de los modelos estudiados*

Parámetros	Estados	Prior	Ref.
h	Parámetro Global	Gausiano (0.7352, 0.0003)	(Riess <i>et al.</i> , 2018)
Ω_c	Parámetro Global	Uniforme (0,1)	-
ω	Parámetro Modelo	Gausiano (-1.028, 0.001)	(Aghanim <i>et al.</i> , 2020)
α	Parámetro Global	Uniforme (0,1)	(Arevalo <i>et al.</i> , 2014; Fu <i>et al.</i> , 2012; Chimento <i>et al.</i> , 2012; Chattopadhyay & Pasqua, 2013; Suwa & Nihei, 2010)
β	Parámetro Global	Uniforme (0,1)	(Arevalo <i>et al.</i> , 2014; Fu <i>et al.</i> , 2012; Chimento <i>et al.</i> , 2012; Chattopadhyay & Pasqua, 2013; Suwa & Nihei, 2010)
α_1	Parámetro Global	Uniforme (-1,1)	(Fu <i>et al.</i> , 2012; Arevalo <i>et al.</i> , 2017; Cid <i>et al.</i> , 2019)
β_1	Parámetro Global	Uniforme (-1,1)	(Fu <i>et al.</i> , 2012; Arevalo <i>et al.</i> , 2017; Cid <i>et al.</i> , 2019)
M_B	Parámetro Global	Uniforme (-20, -18)	(Scolnic <i>et al.</i> , 2018)

Nota. Para un prior Gaussiano informamos (μ , σ^2) y para un prior uniforme informamos (a, b) que representa $a \leq x \leq b$

Los modelos de interacción solo deberían afectar el sector oscuro reciente, mas no la física del universo primordial. Por ello, se establecieron los siguientes parámetros: $\Omega_\gamma h^2 = 0.022383$ (Aghanim *et al.*, 2020), $\Omega_\gamma h^2 = 2.469 \times 10^{-5}$ (Komatsu *et al.*, 2011) $\Omega_r = \Omega_\gamma \left(1 + \frac{7}{8} \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{4}{3}} N_{eff}\right)$, $N_{eff} = 3.046$, (Mangano *et al.*, 2005). Además, para el *redshift* en la época *drag* y la última dispersión (*last scattering*) utilizamos los valores de Planck (Aghanim *et al.*, 2020): $z_d = 1060.01$ y $z_* = 1089.80$, respectivamente.

Análisis y resultados

A continuación, se expone el análisis de los modelos de energía holográfica con interacción cosmológica estudiados, es decir, se obtienen los valores de mejor ajuste de los parámetros de cada modelo, además de los resultados de la comparación bayesiana de los modelos estudiados con respecto al MCE; para ello, se utilizaron los datos de la compilación Pantheon de Supernovas Ia, Cronómetros Cósmicos, Radiación Cósmica de Fondo y Oscilaciones Acústicas de Bariones. Además, se discutieron las gráficas de la evolución de la función de densidad fraccional de los distintos componentes del Universo, del parámetro de desaceleración y del parámetro de coincidencia, a partir de la comparación de los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica y el MCE. Finalmente, se estudia el comportamiento del término de interacción adimensional de los modelos propuestos.

En la investigación se llevó a cabo el contraste observacional de tres subcasos del modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica $\Gamma = \alpha_1 \rho_c + \beta_1 \rho_x$. Para realizar esto, se emplearon los priors mostrados en la Tabla 6. Además, se etiquetaron los

diferentes subcasos del modelo de la siguiente forma: modelos 1, 2, 3, que representan $\alpha_1 = 0$, $\beta_1 = 0$, $\alpha_1 = \beta_1$ respectivamente. Para analizar los modelos, se consideraron dos conjuntos de datos observacionales: primero, solo se consideraron datos de supernovas de tipo Ia de la compilación Pantheon, para luego considerar la combinación supernovas de tipo Ia, cronómetros cósmicos, oscilaciones acústicas de los bariones y radiación cósmica de fondo. Se realizó el análisis con los datos de Pantheon, puesto que en Fu *et al.* (2012), Chimento *et al.* (2012) y Chattopadhyay y Pasqua (2013) se usaron solo datos de supernovas tipo Ia (con redshift $z \lesssim 2$ y se consideraron solamente los componentes oscuros del Universo, con interacción entre estos.

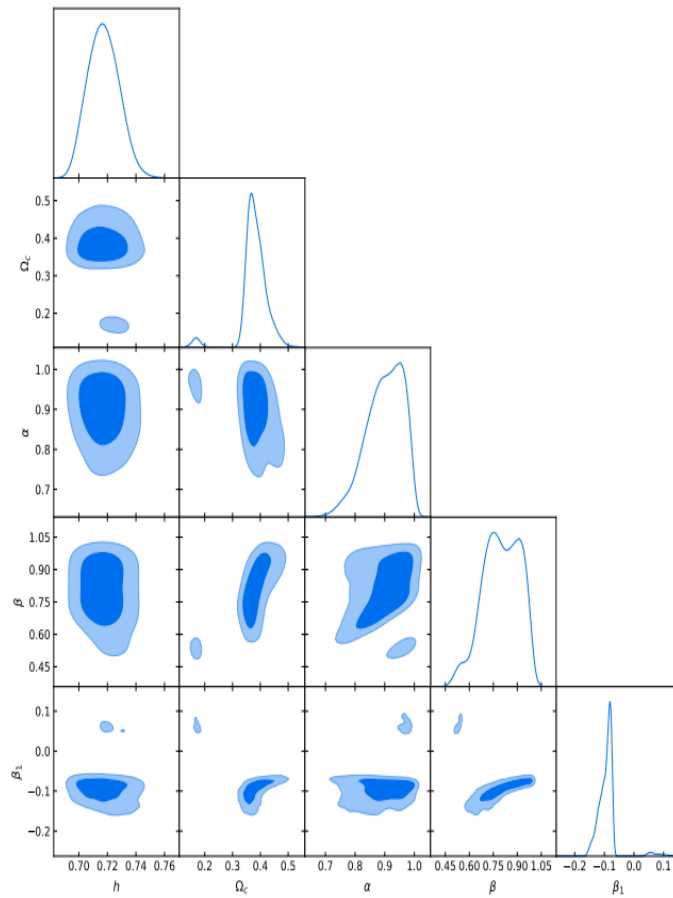
Tabla 7. Valores de mejor ajuste para los parámetros de los modelos estudiados, usando los datos de la compilación de Pantheon para Supernovas Ia

Modelo	h	Ω_c	ω	α	β	α_1	β_1
MCE	0.735 ± 0.015	0.257 ± 0.022	-	-	-	-	-
ω CDM	0.735 ± 0.014	0.268 ± 0.021	1.0280 ± 0.0010	-	-	-	-
Modelo 1	0.735 ± 0.014	$0.57^{+0.15}_{-0.25}$	-	$0.63^{+0.31}_{-0.15}$	$0.795^{+0.19}_{-0.062}$	-	$0.16^{+0.16}_{-0.19}$
Modelo 2	0.735 ± 0.014	0.59 ± 0.23	-	$0.63^{+0.34}_{-0.18}$	$0.68^{+0.29}_{-0.13}$	$-0.17^{+0.17}_{-0.22}$	-
Modelo 3	0.735 ± 0.014	$0.65^{+0.30}_{-0.17}$	-	$0.63^{+0.30}_{-0.23}$	$0.735^{+0.26}_{-0.23}$	$-0.16^{+0.16}_{-0.19}$	$-0.16^{+0.16}_{-0.19}$

Para ambos casos, se realizó un análisis bayesiano al comparar los modelos 1, 2 y 3 con el MCE en término de la evidencia bayesiana según la escala de Jeffreys (ver Tabla 5)

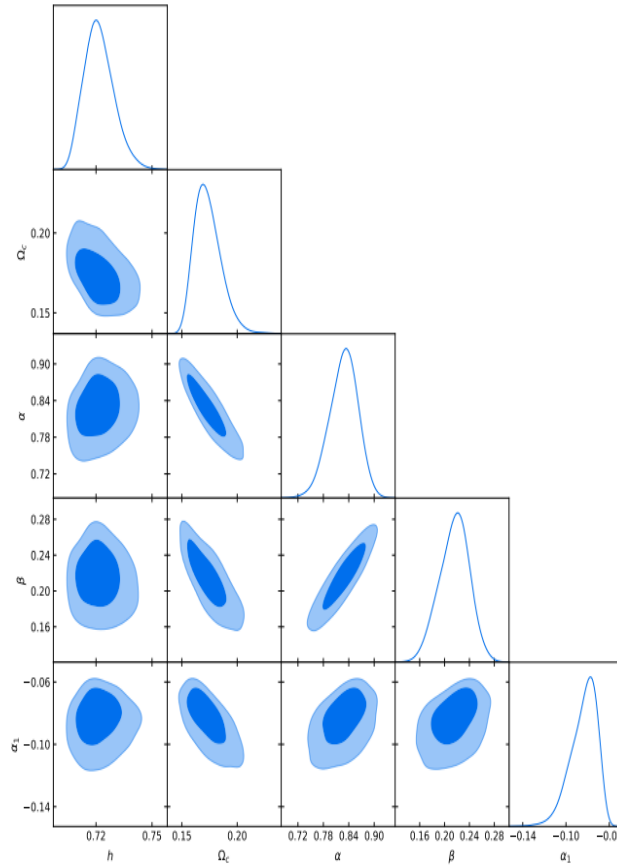
Los gráficos de contorno para los parámetros de los modelos estudiados, usando en forma conjunta los datos de Pantheon + CC + CMB + BAO, como se muestra en las siguientes figuras:

Figura 2. Gráficas de contorno para el modelo 1 de interacción con regiones 1σ y 2σ

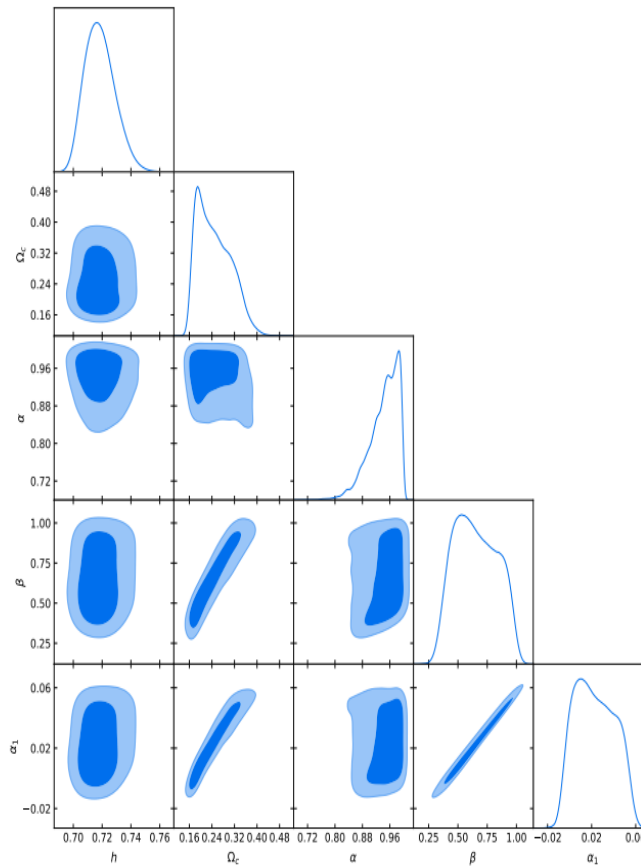


Nota. Se considera el análisis conjunto de la compilación Pantheon + BAO + CC + CMB

Figura 3. Gráficas de contorno para el modelo 2 de interacción con regiones 1σ y 2σ . Consideramos el análisis conjunto de la compilación Pantheon + BAO + CC + CMB



Nota. Consideramos el análisis conjunto de la compilación Pantheon + BAO + CC + CMB

Figura 4. Gráficas de contorno para el modelo 3 de interacción con regiones 1σ y 2σ 

Nota. Se considera el análisis conjunto de la compilación Pantheon + BAO + CC + CMB

Los resultados de los análisis de los modelos estudiados se resumen en las siguientes tablas. En las Tablas 7 y 9 se evidencian los valores de los parámetros que mejor ajustan los datos observacionales considerados, mientras que en las Tablas 8 y 10 se muestran los resultados del ajuste y análisis de los modelos en comparación con el MCE, donde se consideran el $X^2_{\min}$, el X^2_{red} , el logaritmo del factor de Bayes y la interpretación de la evidencia bayesiana.

Al tomar en cuenta solo los datos para SN tipo Ia de la compilación Pantheon (ver Tabla 7), para el MCE, el modelo ω CDM y los modelos 1, 2, 3, se alcanza un valor semejante del parámetro h para cada caso. El valor de Ω_c para los modelos de energía oscura con interacción cosmológica es de 0.6 aproximadamente, que resulta en el doble que el valor obtenido para el MCE y para el modelo ω CDM, mientras que en Zhang (2009) se obtuvo $\Omega_c=0.3$. En Fu *et al.* (2012) se realizó un estudio de un modelo con materia oscura y energía oscura holográfica tipo Ricci, con casos de interacción correspondientes al modelo 1, 2 y 3, donde fueron considerados 557 datos de Union2 SN, por lo que se obtuvo para estos escenarios un valor de $\Omega_c = 0.27$.

En la Tabla 7 se manifiesta que el valor de los parámetros holográficos es de $\alpha \approx 0.6$ y $\beta \approx 0.8$, mientras que en Arevalo *et al.* (2014), Fu *et al.* (2012), Chimento *et al.* (2012) y Zhang (2009) se obtuvo los valores $\alpha \approx 0.8$ y $\beta \approx 0.4$. Por otra parte, los valores de los parámetros de interacción α_1 y β_1 fueron del orden de ($\mathcal{O}10^{-1}$), sin embargo, en Fu *et al.* (2012) fueron del orden de ($\mathcal{O}10^{-2}$), donde solo fueron considerados los componentes oscuros del Universo y se afirmó que existe una pequeña interacción entre estos.

Tabla 8. *Análisis de los modelos usando los datos de la compilación de Pantheon para supernovas Ia*

Modelo	$X^2_{\min}$	X^2_{red}	$\text{Ln } B$	Interpretación
MCE	1026.8717	0.983	-	-
ωCDM	1026.8415	0.984	-0.089 ± 0.010	No concluyente
Modelo 1	1029.7532	0.988	-1.339 ± 0.073	Débil en contra
Modelo 2	1029.1881	0.987	-1.844 ± 0.101	Débil en contra
Modelo 3	1027.3589	0.986	-2.310 ± 0.021	Débil en contra

En las Tablas 8 y 10 se muestra el análisis del MCE, el modelo ωCDM , y los modelos 1, 2 y 3, que forman parte de la presente investigación. Se obtuvo el $X^2_{\min}$ con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en las Tablas 7 y 9, y el X^2_{red} está definido por (4.10). El X^2_{red} señala el ajuste del modelo a los datos disponibles. Las últimas dos columnas presentan el logaritmo del factor de Bayes ($\ln B$) definido por (4.42), y la interpretación de la evidencia bayesiana (ver Tabla 5). El análisis bayesiano compara los modelos de la investigación, es decir, 1, 2 y 3, con el MCE, de modo que se toma a este como modelo de referencia. El MCE a pesar de los problemas que presenta, es el modelo que mejor ajusta los datos observacionales (Aghanim *et al.*, 2020). Se notó que $\ln B < 0$ señala que la evidencia favorece al MCE; caso contrario, se cuenta con evidencia en favor del modelo en estudio frente al MCE.

A partir de la perspectiva del análisis bayesiano, el modelo ω CDM, al ser comparado con el MCE (ver Tablas 8 y 10), señala que la evidencia es “no concluyente”, esto es, no existe evidencia a favor ni en contra del modelo ω CDM en la descripción de los datos disponibles frente al MCE. Cid *et al.* (2019) realizaron el análisis bayesiano para modelos de interacción sin considerar escenarios de holografía, donde varios de estos modelos expresan evidencia no concluyente (inconclusiva) al ser comparados con el MCE, incluido el modelo ω CDM. Como la evidencia bayesiana no es concluyente, supone que ambos modelos son igual de válidos al realizar la descripción de los datos utilizados.

Tabla 9. Valores de mejor ajuste para los parámetros de los modelos estudiados, usando el conjunto de datos de Pantheon + CC + BAO + CMB

Modelo	h	Ω_c	ω	α	β	α_1	β_1
MCE	$0.6993^{+0.0077}_{-0.0095}$	$0.234^{+0.011}_{-0.0096}$	-	-	-	-	-
ω CDM	$0.7014^{+0.0050}_{-0.0082}$	$0.2365^{+0.0095}_{-0.0061}$	1.028 ± 0.001	-	-	-	-
Modelo 1	0.717 ± 0.011	0.378 ± 0.052	-	$0.901^{+0.079}_{-0.043}$	$0.802^{+0.14}_{-0.098}$	-	-0.090 ± 0.038
Modelo 2	$0.7216^{+0.0068}_{-0.0089}$	$0.1734^{+0.0091}_{-0.014}$	-	$0.828^{+0.037}_{-0.031}$	$0.216^{+0.026}_{-0.022}$	$-0.0836^{+0.015}_{-0.0086}$	-
Modelo 3	$0.7184^{+0.0088}_{-0.012}$	$0.248^{+0.039}_{-0.079}$	-	$0.943^{+0.054}_{-0.019}$	$0.65^{+0.16}_{-0.23}$	$0.023^{+0.016}_{-0.023}$	$0.023^{+0.016}_{-0.023}$

Tabla 10. *Análisis de los modelos usando el conjunto de datos de Pantheon + CC + BAO + CMB*

Modelo	χ^2_{min}	χ^2_{red}	$\ln B$	Interpretación
MCE	1039.5638	0.965	-	-
ω CDM	1040.1188	0.967	0.591 ± 0.040	No concluyente
Modelo 1	1069.7579	0.996	5.381 ± 0.073	Fuerte en contra
Modelo 2	1081.4660	0.999	10.955 ± 0.009	Fuerte en contra
Modelo 3	1046.0275	0.974	6.955 ± 0.015	Fuerte en contra

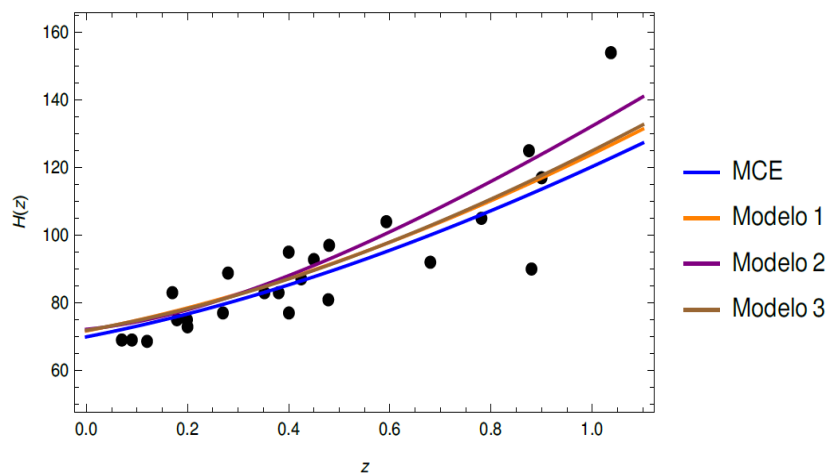
En las Tablas 9 y 10 se toma en cuenta el análisis de los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica utilizando el conjunto completo de datos: Pantheon + BAO + CC + CMB. El objetivo de esto es emplear la mayor cantidad de datos observacionales obtenidos de manera independientes y que representan fenómenos físicos distintos. Pantheon mide Supernovas (Universo actual), BAO posee información de los bariones, los CC son datos independientes del modelo cosmológico, y CMB posee información de la radiación.

En la Tabla 9 se muestra que el parámetro h evidencia una diferencia porcentual menor al 3.5 %, de los distintos modelos frente al modelo MCE. Entonces, si se compara el valor de Ω_c para el MCE con los valores de los otros modelos, la diferencia porcentual máxima alcanza el 61.5 %. Se nota que, al tomar en cuenta el conjunto completo de datos, los valores de Ω_c son menores a los valores obtenidos solo con Pantheon. Los valores que fueron obtenidos para los parámetros holográficos α y β son del orden de 1, a excepción del modelo 2, donde se obtuvo $\beta \approx 0.2$, valor que se parece al obtenido en Suwa y Nihei

(2010), donde se toma en cuenta un modelo con energía oscura holográfica tipo Ricci con interacción en el sector oscuro al hacer uso de datos de SN Ia, CMB, y BAO. Además, en la Tabla 9 se evidencian los valores de los parámetros de interacción α_1 y β_1 , los cuales son del orden de 10^{-2} .

En las Tablas 8 y 10 se observa que $X^2_{\text{red}} \approx 1$, por lo que los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica expresan un buen ajuste a los datos de la compilación Pantheon (ver Tabla 8) y al conjunto de datos Pantheon + CC + BAO + CMB (ver Tabla 10). Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 5, donde se aprecia cómo los modelos 1, 2, 3 y el MCE, se ajustan a los datos observacionales del análisis de cronómetros cósmicos (24 valores para $H(z)$) representados por puntos, mientras que las líneas sólidas expresan cada uno de los modelos de interacción estudiados y toma en cuenta el mejor ajuste de la Tabla 9.

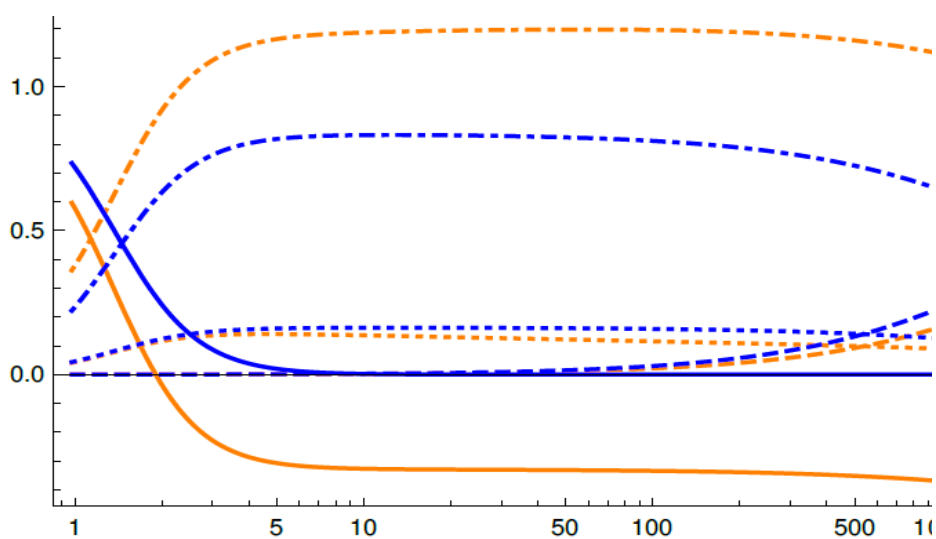
Figura 5. Gráfico de la tasa de expansión de Hubble para el MCE (CDM) y para los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica



Nota. Fueron considerados los datos para $H(z)$ del análisis de CC

Se utilizaron los valores de los parámetros que se presentan en la Tabla 9, para graficar la función de densidad fraccional de los distintos componentes para el MCE en las Figuras 6, 7 y 8. Se graficó la función de densidad fraccional de cada componente (4.27) - (4.30) del modelo 1 usando los valores de mejor ajuste de los parámetros de la Tabla 9. En la Figura 6 se aprecia que la densidad de bariones y de radiación del modelo 1 se comportan en forma semejante al MCE. Los componentes oscuros muestran una clara diferencia en sus densidades, de modo que para $z > 1$, la densidad de materia oscura fría presenta valores superiores a 1 y en su contraparte, la densidad de energía oscura presenta valores negativos.

Figura 6. Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 1 de interacción (anaranjado) y el MCE (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 10

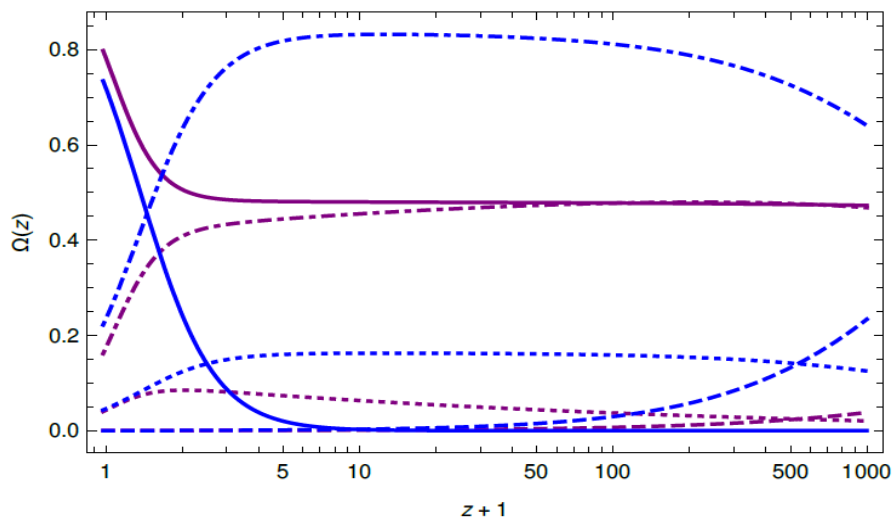


Nota. Las líneas punteadas, discontinuas, discontinuas con puntos y sólida representan bariones, radiación, materia oscura y energía oscura, respectivamente

En la Figura 7 se observa que la función de densidad fraccional de los distintos componentes del Universo es positiva para el modelo 2, así también, se puede notar que

Ω_x posee una contribución esencial en el pasado. La contribución de materia oscura en el marco del modelo 2 es mucho menor comparado con la del MCE, por lo que en la época que debería corresponder al dominio de la materia oscura (en el marco del MCE), esta no domina de acuerdo al modelo 2, lo cual generaría un problema para la formación de estructuras. Por otro lado, en la Figura 7 se manifiesta que la densidad de los bariones y de la radiación evolucionan en forma distinta al MCE; esto genera problemas en la descripción del universo, puesto que se necesita una cantidad importante de materia oscura y bariones en una época determinada de la evolución, así como en la formación de elementos principales que necesita de un componente importante de radiación. Cada época en la evolución del universo está dominada por un tipo de componente; este dominio determina el desarrollo de fenómenos característicos en cada una de estas épocas.

Figura 7. Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 2 de interacción (violeta) y el modelo MCE (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 10

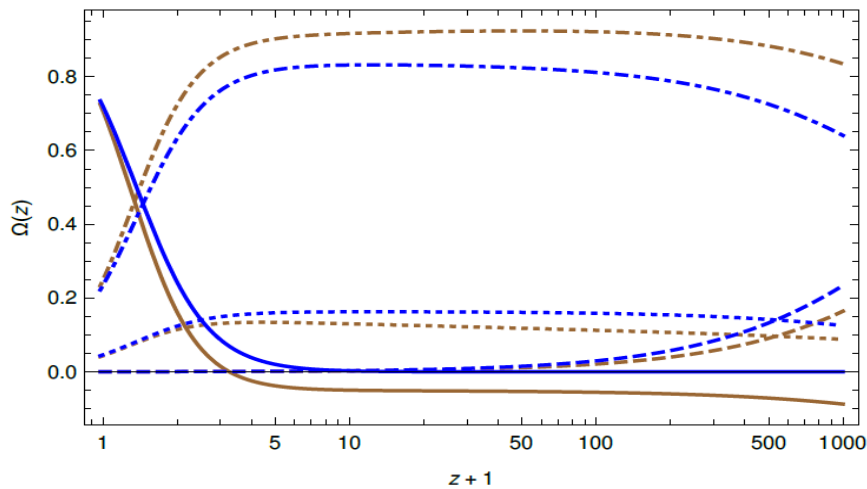


Nota. Las líneas punteadas, discontinuas, discontinuas con puntos y sólida representan bariones, radiación, materia oscura y energía oscura, respectivamente.

Las densidades de energía para el modelo 3 evolucionan de manera similar al modelo CDM (ver Figura 8), esto es, los bariones dominan sobre la radiación hasta $z \approx 500$; luego ocurre lo contrario entre estos componentes. En cuanto a los componentes oscuros del modelo 3 y del MCE, evidencian un comportamiento similar en la evolución del universo. Para $z < 0.5$, las densidades son cercanas a las del MCE; no obstante, a partir de $z \approx 0.5$ estas densidades expresan diferencias en sus valores, la densidad de materia oscura del modelo 3 es mayor que la densidad del MCE para $z \gg 1$, mientras que la densidad de la energía oscura presenta valores menores y negativos.

Se puede notar que en las Figuras 6 y 8 la densidad de la energía oscura holográfica puede asumir valores negativos. Frente a esta situación, se considera como opción restringir la presente investigación a la región donde esta densidad adquiere valores positivos, esto es, tomar en cuenta la evolución de la función de densidad fraccional para $z \lesssim 2$. No obstante, esta opción fue descartada debido a que en la presente investigación se desea contrastar el modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica a la luz de datos observacionales, tales como SN Ia, CC, BAO, CMB; donde los dos últimos tipos de datos consideran la evolución a *redshift* mayores a 2. Por otra parte, se observa que la densidad de la energía oscura holográfica en la ecuación correspondiente está asociada a una característica geométrica que depende de un término de Ricci generalizado (Granda y Oliveros, 2008; Chen *et al.*, 2009; Granda *et al.*, 2009), es así que esta densidad puede tomar valores negativos, puesto que no se imponen condiciones de energía para esta componente.

Figura 8. Evolución de los parámetros de densidad para el modelo 3 de interacción (marrón) y el modelo CDM (azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 10



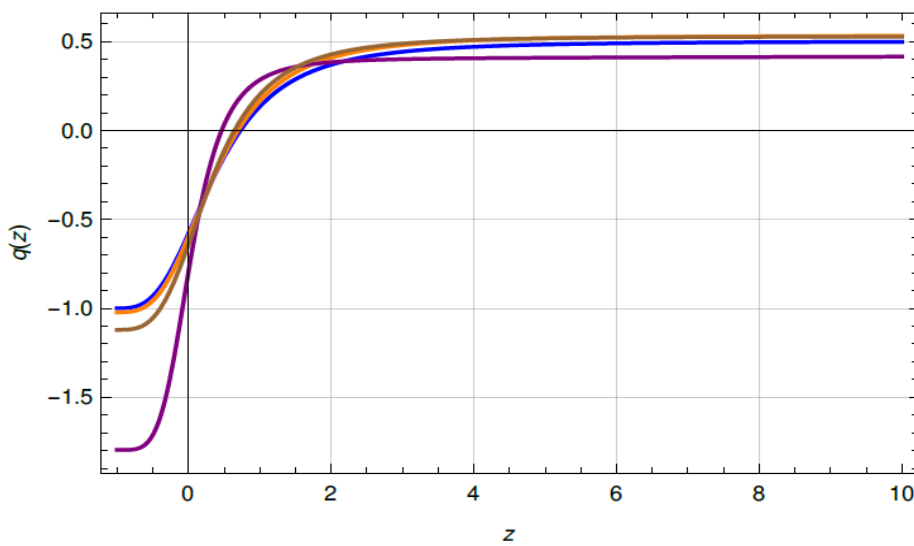
Nota. Las líneas punteadas, discontinuas, discontinuas con puntos y sólida representan bariones, radiación, materia oscura y energía oscura, respectivamente

La Figura 9 expresa la evolución del parámetro de desaceleración para el MCE y los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica. Se puede notar que el valor actual del parámetro de desaceleración para los modelos 1, 2 y 3 se parece en gran medida al valor para el MCE. Asimismo, se aprecia que los modelos 1 y 3 se comportan de manera semejante al MCE, mientras que el parámetro de densidad del modelo 2, para $z \rightarrow -1$, se aproxima a -1.8 ; este valor es menor que el obtenido para el MCE, lo que produce una mayor aceleración a futuro.

Se aprecia que la Figura 7 de la función de densidad fraccional de los componentes del universo para el modelo 2, al parecer, contradice la evolución del parámetro de desaceleración para $z < 0.5$ (ver Figura 9), donde se evidencia que se produce una

desaceleración; no obstante, si se suman las densidades de materia oscura y bariónica, esta supera a la energía oscura para $z < 0.5$.

Figura 9. Evolución del parámetro de desaceleración para los modelos holográficos de interacción y el MCE (línea azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 10



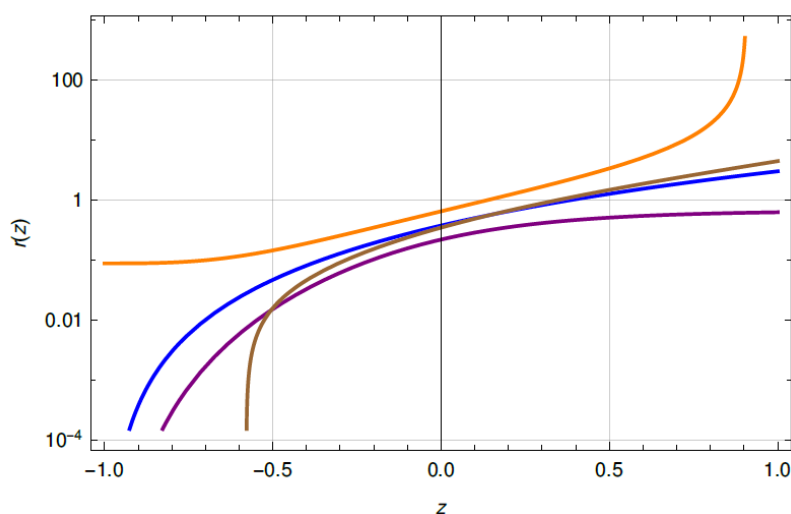
Nota. Las líneas anaranjada, violeta y marrón representan el modelo 1, el modelo 2 y el modelo 3, respectivamente

Por otro lado, los resultados que se obtuvieron de la evolución de la función “parámetro de coincidencia” para cada uno de los modelos de interacción se pueden apreciar en la Figura 10, donde se evidencia que solo el modelo 1 alivia el problema de la coincidencia cosmológica, esto es, cuando $z \rightarrow -1$, el parámetro de coincidencia tiende a una constante positiva, $r \approx 0.1$. No obstante, los modelos 2 y 3, así como el modelo MCE, no alivian el

problema de la coincidencia. En el modelo 3 de interacción, el parámetro de coincidencia se limita en $r \approx 10^{-4}$, esto se debe a que para $z \lesssim -0.6$ el valor de r es negativo, dado que la Figura 9 está en escala logarítmica.

Por otro lado, en la Figura 10 se determina la evolución del término de interacción adimensional $\Gamma = 3H^2$ (Arevalo *et al.*, 2019) para cada modelo analizado. De modo que el modelo 1 cambia de signo en $z \approx 1$. Esto quiere decir que, para valores mayores a este, el término es positivo, y para valores menores, el término es negativo; mientras que los modelos 2 y 3 conservan su signo para todo z , así, el término de interacción adimensional para el modelo 2 es siempre negativo y para el modelo 3 es siempre positivo. En las ecuaciones de interacción cosmológica se define el término de interacción, donde se toma en cuenta que para $\Gamma > 0$, la transferencia de energía se orienta de la materia oscura a la energía oscura, y para $\Gamma < 0$ lo contrario. Se puede notar que, al realizar el estudio de la evolución del término de interacción adimensional para el modelo 1, este cambia de signo; así también este modelo alivia el problema de la coincidencia cosmológica, como se muestra en la Figura 10.

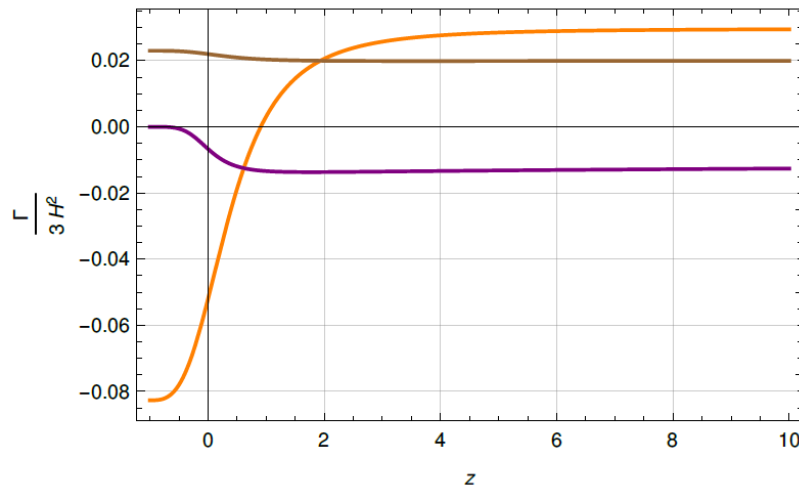
Tabla 11. Evolución del parámetro de coincidencia para los modelos holográficos de interacción y el MCE (línea azul), con los valores de mejor ajuste de los parámetros que se muestran en la Tabla 10



Nota. Las líneas anaranjada, violeta y marrón representan el modelo 1, el modelo 2 y el modelo 3, respectivamente

En cuanto a la comparación bayesiana, los resultados se muestran en las tablas 8 y 10. De acuerdo al factor de Bayes, la interpretación de la evidencia bayesiana en la escala de Jeffreys señala que hay evidencia débil en contra de los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica al ser comparados con el MCE, a la luz de los datos de la compilación Pantheon (ver Tabla 8). Esta evidencia débil en contra de los modelos estudiados se vuelve una fuerte evidencia en contra de los modelos de energía oscura holográfica con interacción cosmológica, al ser comparados con el MCE, en virtud del análisis conjunto, incluyendo datos de Pantheon, CC, CMB y BAO (ver Tabla 10).

Figura 11. Evolución del término de interacción sin dimensiones para los modelos holográficos de interacción



Nota. La gura considera el análisis Pantheon + BAO + CC + CMB. Las líneas anaranjada, violeta y marrón representan los modelos 1, 2 y 3, respectivamente.

Conclusiones

Una manera de analizar y estudiar el modelo de energía oscura holográfica con interacción cosmológica es a partir de la forma $\Gamma = \alpha_1 \rho_c + \beta_1 \rho_x$, de la cual se puede ver la exposición de tres casos particulares de interacción en $\alpha_1 = 0$, $\beta_1 = 0$ y $\alpha_1 = \beta_1$, los cuales se denominan modelo 1, modelo 2 y modelo 3, respectivamente.

Se obtuvo, a partir de ello, una solución analítica para los escenarios de energía oscura holográfica con interacción en el sector oscuro. Asimismo, se puede destacar que este se trata del primer análisis completo del modelo de energía oscura holográfica con

interacción cosmológica, puesto que se emplearon datos de supernovas tipo Ia, CC, BAO y CMB para determinar la evolución de los cuatro componentes del Universo en cada escenario estudiado.

Una adecuada manera de favorecer la descripción de los datos usados es realizando una comparación bayesiana al MCE frente a los escenarios del modelo propuesto. En la Tabla 8 se observó que cuando se consideran únicamente los datos de Pantheon se obtiene la evidencia débil en contra de los modelos 1, 2 y 3, en relación y contraste con el MCE.

Por otro lado, en la Tabla 10 se muestran los resultados para el análisis con el conjunto de datos observacionales, es decir, incluyendo SNe Ia de la compilación Pantheon, BAO, CC y CMB. En él se observa que cuando Pantheon + BAO + CC + CMB es sometido a análisis muestra una fuerte evidencia que desfavorece al modelo de energía oscura holográfica con interacción, en todos los subcasos.

Asimismo, en las Figuras 6-8 se muestra la evolución de la función de densidad fraccional para los distintos componentes del universo. Esto se puede notar a través del análisis en los modelos 1 y 3, ya que la densidad de la energía oscura holográfica toma valores negativos ($\Omega_x < 0$) en su evolución para . Un hecho relevante, pues se logra contrastar modelos con datos de SN Ia, CC, BAO y CMB.

De acuerdo al análisis realizado sobre este último punto, se puede señalar que estos modelos no presentan contradicciones, ya que la densidad de energía para la energía oscura holográfica se asocia a una característica geométrica, la cual no fue considerada como parte

de las condiciones de energía para esta densidad en particular. Asimismo, en la Figura 9 se muestra que la evolución del parámetro de desaceleración para el MCE se asemeja a los modelos estudiados anteriormente, mientras que en la Figura 10 se observa que solo se da solución al problema de la coincidencia cosmológica en el modelo 1.

Cabe señalar que para el análisis de esta investigación se utilizó el análisis completo de los datos descritos en el contraste observacional; sin embargo, se llegó a la conclusión de que el análisis depende de los datos que se usen para el contraste del modelo, dado que al cambiar los datos varían también los resultados.

Es así que queda como aprendizaje para realizar trabajos a futuro lo siguiente: se debe analizar el modelo con mayor cantidad de datos, esto es, con el conjunto completo de datos de CMB, los cuales deben incluir datos de formación de estructuras.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 't Hooft, G. (1993). Dimensional Reduction in Quantum Gravity. *Conf. Proc. C 930308*, 284. <https://arxiv.org/pdf/gr-qc/9310026.pdf>
- Aghanim, N., Akrami, Y., Ashdown, M., Aumont, J., Baccigalupi, C., Ballardini, M., Banday, A., Barreiro, R., Bartolo, N., Basak, S., Battye, R., Benabed, K., Bernard, J., Bersanelli, M., Bielewicz, P., Bock, J., Bond, J., Borrill, J., Bouchet, F., ... & Zonca, A. (2020). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, 641, 1-67. DOI: 10.1051/0004-6361/201833910
- Alam, S., Ata, M., Bailey, S., Beutler, F., Bizyaev, D., Blazek, J., Bolton, A., Brownstein, J., Burden, A., Chuang, C., Comparat, J., Cuesta, A., Dawson, K., Eisenstein, D., Escoffier, S., Gil-Marín, H., Grieb, J., Hand, N., Ho, S., ... & Gong-Bo Zhao (2017). The clustering of galaxies in the completed SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: cosmological analysis of the DR12 galaxy sample. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 470(3), 2617-2652. <https://academic.oup.com/mnras/article/470/3/2617/3091741>
- Amendola, L. (2000). Coupled Quintessence. *Physical Review D*, 62(4), 043511. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.62.043511>

- Arevalo, F., Bacalhau, A. & Zimdahl, W. (2012). Cosmological dynamics with non-linear interactions. *Classical and Quantum Gravity*, 29(23). DOI: 10.1088/0264-9381/29/23/235001
- Arevalo, F., Cid, A. & Moya, J. (2017). AIC and BIC for cosmological interacting scenarios. *The European Physical Journal C*, 77(8). <https://link.springer.com/article/10.1140/epjc/s10052-017-5128-7>
- Arevalo, F., Cid, A., Chimento, L. & Mella, P. (2019). On sign-changeable interaction in FLRW cosmology. *The European Physical Journal C*, 79(355). DOI: 10.1140/epjc/s10052-019-6872-7
- Arevalo, F., Cifuentes, P., Lepe, S. & Pena, F. (2014). Interacting Ricci-like holographic dark energy. *Astrophysics and Space Science* 352, 899-907. <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10509-014-1946-3>
- Ata, M., Baumgarten, F., Bautista, J., Beutler, F., Bizyaev, D., Blanton, M., Blazek, J., Bolton, A., Brinkmann, J., Brownstein, J., Burtin, E., Chuang, C., Comparat, J., Dawson, K., de la Macorra, A., Du, W., du Mas des Bourboux, H., Eisenstein, D., Gil-Marin, H., ... Zhu, F. (2018). The clustering of the SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey DR14 quasar sample: First measurement of Baryon Acoustic Oscillations between redshift 0.8 and 2.2. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 473(4), 4773. DOI: 10.1093/mnras/stx2630

- BBC. (2018, 12 de diciembre). *El extraño “fluido oscuro”: la nueva teoría que explica de qué está hecho el 95 % del universo*. BBC News Mundo. <https://www.bbc.com/mundo/noticias-46532305>
- Bekenstein, J. (1994). Entropy Bounds and Black Hole Remnants. *Physical Review D*, 49, 1912. DOI: 10.1103/PhysRevD.49.1912
- Betoule, M., Marriner, J., Regnault, N., Cuillandre, J., Astier, P., Guy, J., Balland, C., El Hage, P., Hardin, D., Kessler, R., Le Guillou, L., Mosher, J., Pain, R., Rocci, P., Sako, M. & Schahmaneche, K. (2013). Improved Photometric Calibration of the SNLS and the SDSS Supernova Surveys. *Astronomy and Astrophysics*, 552, DOI: 10.1051/0004-6361/201220610
- Beutler, F., Blake, C., Colless, M., Heath Jones, D., Staveley-Smith, L., Campbell, L., Parker, Q., Saunders, W. & Watson, F. (2011). The 6dF Galaxy Survey: Baryon Acoustic Oscillations and the Local Hubble Constant. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 416(4), 3017-3032. DOI: 10.1111/j.1365-2966.2011.19250.x
- Bohlin, R., Gordon, K. & Tremblay, P. (2014). Techniques and Review of Absolute Flux Calibration from the Ultraviolet to the Mid-Infrared. *Publ. Astron. Soc. Pac.*, 126(942). <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/677655>
- Bonder, Y. & Okon, E. (2018). Los principios de la relatividad: una introducción pedagógica. *Revista mexicana de física E*, 64(1), 87-91. <https://bit.ly/3yR9P9h>

- Bousso, R. (2002). The holographic principle. *Review of Modern Physics*, 74(3), 825. <https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.74.825>
- Brenes, L. (2018). *Fundamentos de la teoría de la relatividad general: predicciones teóricas y verificación experimental* [trabajo de fin de grado, Universidad de Sevilla]. Repositorio Institucional. <https://bit.ly/3fYCIaD>
- Brustein, R. & Veneziano G. (2000). A Causal Entropy Bound for a Spacelike Region. *Physical Review Letters*, 84(25), 5695. <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.84.5695>
- Caldwell, R., Kamionkowski, M. & Weinberg, N. (2003). Phantom Energy and Cosmic Doomsday. *Phys. Rev. Lett.* 91(7). <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.91.071301>
- Cao, S., Qi, J., Cao, Z., Biesiada, M., Li, J., Pan, Y. & Zhu, Z. (2019). *Direct test of the FLRW metric from strongly lensed gravitational wave observations*. Cornell University. <https://arxiv.org/pdf/1910.10365.pdf>
- Casanova, G. (2020). *Energía oscura holográfica* [tesis de maestría, Universidad de Concepción] Repositorio Institucional UDEC http://repositorio.udec.cl/jspui/bitstream/11594/484/1/Tesis_Energia_Oscura_Holografica.pdf

- Cataldo, M., Arevalo, F. & Minning, P. (2010). On a class of scaling FRW cosmological models. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 1002(24). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1475-7516/2010/02/024>
- Chattopadhyay, S. & Pasqua, A. (2013). Various aspects of interacting modified holographic Ricci dark energy. *Indian Journal of Physics*, 87, 1053-1057. <https://link.springer.com/article/10.1007/s12648-013-0328-y>
- Chen, S. & Jing, J. (2009). Dark energy model with higher derivative of Hubble parameter. *Physics Letter B*, 679(2), 144-150. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S03702693090008375?via%3Dihub>
- Chimento, L. (2010). Linear and nonlinear interactions in the dark sector. *Physical Review D*, 81(4). <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.81.043525>
- Chimento, L., Forte, M. & Richarte, M. (2012). Holographic dark energy linearly interacting with dark matter. *AIP Conference Proceedings*, 1471(39). <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.4756809>
- Chimento, L., Jakubi, A., Pavon, D. & Zimdahl, W. (2003). Interacting quintessence solution to the coincidence problema. *Phys. Rev. D*, 67, 083513. <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.67.083513>

- Cid, A., Santos, B., Pigozzo, C., Ferreira, T. & Alcaniz J. (2019). Bayesian Comparison of Interacting Scenarios. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2019(3). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1475-7516/2019/03/030>
- Cohen, A., Kaplan, D. & Nelson, A. (1999). Effective Field Theory, Black Holes, and the Cosmological Constant. *Physical Review Letters*, 82(25), 4971. <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.82.4971>
- Conley, A., Guy, J., Sullivan, M., Regnault, N., Astier, P., Balland, C., Basa, S., Carlberg, R., Fouchez, D., Hardin, D., Hook, I., Howell, D., Pain, R., Palanque-Delabrouille, N., Perrett, K., Pritchett, C., Rich, J., Ruhlmann-Kleider, V., Balam, D., Baumont, S. ... Walker, S. (2011). Supernova Constraints and Systematic Uncertainties from the First 3 Years of the Supernova Legacy Survey. *The Astrophysical Journal*, 192(1). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0067-0049/192/1/1>
- Costa, F. & Alcaniz, J. (2010). Cosmological consequences of a possible Λ -dark matter interaction. *Physical Review D*, 81(4), 043506. <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.81.043506>
- D' Inverno, R. (1992). *Introducing Einstein's Relativity*. Oxford University Press.
- Del Campo, S., Fabris, J. C., Herrera, R. & Zimdahl, W. (2011). On holographic dark-energy models. *Phys. Rev. D*, 83(12), 123006. <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.83.123006>

du Mas des Bourboux, H., Le Goff, J.-M., Blomqvist, M., Busca, N., Guy, J., Rich, J., Yèche, C., Bautista, J., Burtin, E., Dawson, K., Eisenstein, D., Font-Ribera, A., Kirkby, D., Miralda-Escudé, J., Noterdaeme, P., Pâris, I., Petitjean, P., Pérez-Ràfols, I., Pieri, M., ... Zarrouk, P. (2017). Baryon acoustic oscillations from the complete SDSS-III Ly α -quasar cross-correlation function at $z = 2.4$. *Astronomy & Astrophysics*, 608, A130. https://www.aanda.org/articles/aa/full_html/2017/12/aa31731-17/aa31731-17.html

Einstein, A. (1905). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 17, 891. <https://doi.org/10.1002/andp.19053221004>

Einstein, A. (1916). Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, 49, 769. DOI: <https://doi.org/10.1002/andp.19163540702>

Einstein, A. (1917). *Cosmological Considerations in the General Theory of Relativity*. Sitzungsber Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys).

Eisenstein, D. & Hu, W. (1998). Baryonic Features in the Matter Transfer Function. *The Astrophysical Journal*, 496(2). <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/305424>

Eisenstein, D., Zehavi, I., Hogg, D., Scoccimarro, R., Blanton, M., Nichol, R., Scranton, R., Seo, H., Tegmark, M., Zheng, Z., Anderson, S., Annis, J., Bahcall, N., Brinkmann, J., Burles, S., Castander, F., Connolly, A., Csabai, I., Doi, M., ... York, D. (2005). Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies. *The Astrophysical Journal*, 633(2). <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/466512>

Evslin, J., Sen, A. & Ruchika (2018). The Price of Shifting the Hubble Constant. *Physical Review D*, 97(10), 103511. <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.97.103511>

F. Feroz, Hobson, M. & Bridges, M. (2009). MultiNest: an efficient and robust Bayesian inference tool for cosmology and particle physics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 398(4), 1601-1614. <https://academic.oup.com/mnras/article/398/4/1601/981502>

Feng, C. & Zhang, X. (2009). Holographic Ricci dark energy in Randall-Sundrum braneworld: Avoidance of big rip and steady state future. *Physics Letters B*, 680(5), 399-403. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0370269309011095?via%3Dihub>

Feroz, F., Hobson, M., Cameron, E. & Pettitt, A. (2013). Importance Nested Sampling and the MultiNest Algorithm. *The Open Journal of Astrophysics*, 2. <https://astro.theoj.org/article/11120-importance-nested-sampling-and-the-multinest-algorithm>

- Ferreira, P., Carvalho, J. & Alcaniz, J. (2013). Probing interaction in the dark sector. *Physical Review D*, 87(8). <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.87.087301>
- Fischler, W. & Susskind, L. (2002). Holography and Cosmology. Cornell University. <https://arxiv.org/pdf/hep-th/9806039.pdf>
- Fixsen, D. (2009). The Temperature of the Cosmic Microwave Background. *Astrophysical Journal*, 707(2), 916-920. DOI: 10.1088/0004-637X/707/2/916
- Fosalba, P. & Gatanaga, E. (2021). Explaining Cosmological Anisotropy: Evidence for Causal Horizons from CMB data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 504(4), 5840-5862. DOI: 10.1093/mnras/stab1193. arXiv:2011.00910v4 [astro-ph. CO]
- Fu, T., Zhang, J., Chen, J. & Zhang, X. (2012). Holographic Ricci dark energy: Interacting model and cosmological constraints. *The European Physical Journal C*, 72, 1932. <https://link.springer.com/article/10.1140%2Fepjc%2Fs10052-012-1932-2>
- Gangui, A. (2020). *Tensión cósmica: La energía oscura y la evolución del universo*. Eudeba.
- Gao, C., Wu, F., Chen, X. & Shen, Y. G. (2009). A Holographic Dark Energy Model from Ricci Scalar Curvature. *Physical Review D*, 79(4), 043511. <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.79.043511>

- Gorbunov, D. & Rubakov, V. (2011). *Introduction to the theory of the early universe: Hot Big Bang Theory*. World Scientific.
- Granda, L. y Oliveros, A. (2008) Infrared cut-off proposal for the Holographic density. *Physics Letters B*, 669(5), 275-277. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269308012677?via%3Dihub>
- Granda, L., Cardona, W. & Oliveros, A. (2009). Current observational constraints on holographic dark energy model. Universidad del Valle. <https://arxiv.org/pdf/0910.0778.pdf>
- Gron, O. & Hervik, S. (2007). *Einstein's General Theory of Relativity*. Springer.
- Gron, O. (2018). The Discovery of the Expansion of the Universe. *Galaxies*, 6(132), 1-17. DOI: 10.3390/galaxies6040132
- Guy, J., Sullivan, M., Conley, A., Regnault, N., Astier, P., Balland, C., Basa, S., Carlberg, R., Fouchez, D., Hardin, D., Hook, I., Howell, D., Pain, R., Palanque-Delabrouille, N., Perrett, K., Pritchett, C., Rich, J., Ruhlmann-Kleider, V., Balam, D., ... Walker, E. (2010). The Supernova Legacy Survey 3-year sample: Type Ia Supernovae photometric distances and cosmological constraints. *Astronomy & Astrophysics*, 523, A7. https://www.aanda.org/articles/aa/full_html/2010/15/aa14468-10/aa14468-10.html

- Hacyan, S. (2020). El principio de equivalencia y la relatividad general. En K. Volke & J. Flores, *Analogías y conexiones en la Física* (pp. 57-65). <https://bit.ly/3wI2sih>
- Hamuy, M. (2018). *El universo en expansión*. Debate.
- Hernández, A. y Delepin, D. (2017). El lado oscuro del universo: materia y energía oscura. *Jóvenes en la Ciencia*, 3(2). <https://bit.ly/3pl0n9N>
- Hobson, M., Efstathiou, G. & Lasenby, A. (2006). *General Relativity: an introduction for physicists*. Cambridge University Press.
- Jimenez, R. & Loeb, A. (2002). Constraining Cosmological Parameters Based on Relative Galaxy Ages. *The Astrophysical Journal*, 573(1). <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/340549>
- Kim, K., Lee, H. & Myung, Y. (2011). On the Ricci dark energy model. *General Relativity and Gravitation*, 43, 1095. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10714-010-0941-4>
- Komatsu, E., Smith, K., Dunkley, J., Bennett, C., Gold, B., Hinshaw, G., Jarosik, N., Larson, D., Nolta, M., Page, L., Spergel, D., Halpern, M., Hill, R., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S., Odegard, N., Tucker, G., Weiland, J., Wollack, E., Wright, E. (2011). Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. *The Astrophysical Journal*, 192(18). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0067-0049/192/2/18>

- Lepe, S. & Pena, F. (2010). Crossing the phantom divide with Ricci-like holographic dark energy. *The European Physical Journal C*, 69, 575-579. <https://link.springer.com/article/10.1140%2Fepjc%2Fs10052-010-1427-y>
- Lewis, A. & Bridle, S. (2002). Cosmological parameters from CMB and other data: A Monte Carlo approach. *Physical Review D*, 66, 103511. <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.66.103511>
- Li, E., Zhang, Y, Geng, L. & Duan, P. (2015). A bound system in the expanding universe with modified holographic Ricci dark energy and dark matter. *Astrophysics and Space Science*, 355(1), 187-193. <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10509-014-2161-y>
- Li, M. (2004). A model of holographic dark energy, *Elsevier*, 603(2) <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269304014388>
- Liddle, A. (2007). Information criteria for astrophysical model selection. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 377. <https://academic.oup.com/mnrasl/article/377/1/L74/1210361>
- López, C. (2018). Qué puede decirnos la relatividad general respecto de la flecha del tiempo. *Manuscrito*, 41(3), 85-123. DOI: <https://doi.org/10.1590/0100-6045.2018.V41N3.CL>

- López, V. y Delepine Y. (2017). ¿Por qué existimos? ¿Por qué el universo está constituido de materia y de antimateria? *Verano de la Investigación Científica*, 3(2), 1001-1004. <http://repositorio.ugto.mx/handle/20.500.12059/4076>
- Ma, Y., Gong, Y. & Chen, X. (2010). Couplings between holographic dark energy and dark matter. *European Physical Journal C*, 69, 509-519. <https://link.springer.com/article/10.1140%2Fepjc%2Fs10052-010-1408-1>
- Mahata, N. & Chakraborty, S. (2015). A Dynamical System Analysis of Holographic Dark Energy Models with Different IR Cutoff. *Modern Physics Letters A*, 30(27), 1550134. <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0217732315501345>
- Maldacena, J. (1999). The Large N Limit of Superconformal Field Theories and Supergravity. *Int. J. Theor. Phys.* 38, 1113-1133. <https://link.springer.com/article/10.1023%2FA%3A1026654312961>
- Mangano, G., Miele, G., Pastor, S., Pinto, T., Pisanti, O. & Serpico, P. (2005). Relic neutrino decoupling including flavour oscillations. *Nuclear Physics B*, 729(1-2), 221-234. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0550321305008291?via%3Dihub>
- Martínez, D. (2017). *Modelización de procesos de producción de pares quark top en el LHC* [tesis de grado, Universidad de Oviedo]. Repositorio Institucional Uniovi. <https://www.hep.uniovi.es/jfernand/TFG/TFGDavid.pdf>

- Mathew, T., Suresh, J. & Divakaran, D. (2013). Modified holographic Ricci dark energy model and statefinder diagnosis in flat universe. *International Journal of Modern Physics D*, 22(9). <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218271813500569>
- Moresco, M., Cimatti, A., Jimenez, R., Pozzetti, L., Zamorani, G., Bolzonella, M., Dunlop, J., Lamareille, F., Mignoli, M., Pearce, H., Rosati, P., Stern, D., Verde, L., Zucca, E., Carollo, C., Contini, T., Kneib, J-P., Le Fevre, O., Lilly, S., ... Welikala, N. (2012). Improved constraints on the expansion rate of the Universe up to $z \sim 1.1$ from the spectroscopic evolution of cosmic chronometers. *JCAP*, 1208(6). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1475-7516/2012/08/006/pdf>
- Moresco, M., Pozzetti, L., Cimatti, A., Jimenez, R., Maraston, C., Verde, L., Thomas, D., Citro, A., Tojeiro, R. & Wilkinson, D. (2016). A 6 % measurement of the Hubble parameter at $z \sim 0.45$: direct evidence of the epoch of cosmic re-acceleration. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 1605(5), 014. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1475-7516/2016/05/014>
- Mukherjee, P., Parkinson, D. & Liddle, A. (2006). A Nested Sampling Algorithm for Cosmological Model Selection. *Astrophysical Journal*, 638(2). <https://iopscience.iop.org/article/10.1086/501068>
- Nagao, K. (2018). Anisotropy of dark matter velocity distribution. Cornell University. <https://arxiv.org/abs/1805.02472>

- Oliveros, A. & Acero, M. (2015). New holographic dark energy model with non-linear interaction. *Astrophys. Space Sci.* 357(1). <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10509-015-2310-y>
- Pankunni, P. & Mathew, T. (2014). Entropy of holographic dark energy and the generalized second law. *Classical and Quantum Gravity*, 31(18). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0264-9381/31/18/185012/meta>
- Pankunni, P. & Mathew, T. (2014). Interacting modified holographic Ricci dark energy model and statefinder diagnosis in flat universe. *International Journal of Modern Physics D*, 23(3). <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218271814500242>
- Pavon D. & W. Zimdahl, W. (2005). Holographic dark energy and cosmic coincidence. *Physics Letters B*, 628(3-4), 206-210. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269305013912?via%3Dihub>
- Pavon, D. (2007). Holographic dark energy and late cosmic acceleration. *Journal of Physics A*, 40(25). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1751-8113/40/25/S31>
- Peña, M. (2020, 12, 13 y 14 de agosto). *Ajuste de distribuciones y estimación de parámetros para modelos de universo tardío* [ponencia]. I Workshop (virtual) de Estadística: Contribuciones de Posgrado, Chile. <https://bit.ly/3vAyqNx>

- Pérez, D. (2018). El Tiempo en la teoría de la relatividad. *Diferencia(s)*, 1(4), 48-64. <https://bit.ly/2Tj3p2b>
- Ponce, M. (2018). *Cielos de Chile: desde la Tierra al Universo*, (2ª edición) (Colección Educación Básica 198). Ministerio del Medio Ambiente. <https://bit.ly/3fWkW8c>
- Prado, X., Domínguez-Castiñeiras, J., Area, I., Paredes, Á. y Mira, J. (2020). Aprendizaje de la Teoría de la Relatividad Restringida de Einstein. Estado de la Cuestión. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 17(1), 1103. https://doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2020.v17.i1.1103
- Quintanilla, F. (2018). La nominación de los fenómenos y los procesos del universo. *Salud y Desarrollo*, 2(2), 39-46. <http://revista.ieproes.edu.sv/index.php/Investiga/article/view/14>
- Raffelt, G. (2016). Las partículas fantasma del universo los neutrinos en astrofísica y cosmología. *Metode Science Studies Journal*, (92), 95-103. DOI: 10.7203/metode.7.8507
- Rendón, H. (2018). Leyes de Newton. *Vida Científica, Boletín Científico de la Escuela Preparatoria N.º 4*, 6(11). <https://bit.ly/2R3GFCA>

- Riess, A., Casertano, S., Yuan, W., Macri, L., Bucciarelli, B., Lattanzi, M., MacKenty, J., Bowers, J., Zheng, W., Filippenko, A., Huang, C. & Anderson, R. (2018). Milky Way Cepheid Standards for Measuring Cosmic Distances and Application to Gaia DR2: Implications for the Hubble Constant. *The Astrophysical Journal*, 861(2). <https://iopscience.iop.org/article/10.3847/1538-4357/aac82e>
- Robson, B. (2019, 18 de abril). *Introductory Chapter: Standard Model of Cosmology*. Intechopen. DOI: 10.5772/intechopen.85605
- Rojas-Ortegas, E., Vázquez, K., Segal-Kischinevsky, y González, J. (2020). Del Big Bang al origen de la vida: aspectos básicos. *Revista de Educación Bioquímica (REB)* 39(3), 83-95. <https://www.medigraphic.com/pdfs/revedubio/reb-2020/reb203c.pdf>
- Ross, A., Samushia, L., Howlett, C., Percival, W., Burden, A. & Manera, M. (2015). The clustering of the SDSS DR7 main Galaxy sample – I. A 4 per cent distance measure at $z = 0.15$. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 449(1), 835-847. <https://academic.oup.com/mnras/article/449/1/835/1298372>
- Ruiz, C. (2020). *La constante cosmológica y la reaceleración del universo*. Física Fundamental. <https://bit.ly/3vB82CW>
- Ryden, B. (2006). *Introduction to Cosmology*. Ohio State University Press.

- S. del Campo, Fabris, J., Herrera, R. & Zimdahl, W. (2011). On holographic dark-energy models. *Physical Review D*, 83(12-15). <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.83.123006>
- Sako, M., Bassett, B., Becker, A., Brown, P., Campbell, H., Cane, R., Cinabro, D., D'Andrea, C., Dawson, K., DeJongh, F., Depoy, D., Dilday, B., Doi, M., Filippenko, A., Fischer, J., Foley, R., Frieman, J., Galbany, L., Garnavich, P., ... Zheng, C. (2018). The Data Release of the Sloan Digital Sky Survey-II Supernova Survey. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 130(988). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1538-3873/aab4e0>
- Sánchez, A. (2020) Pensamientos científicos de la expansión del universo. *ConCiencia*, 7(1), 13-15. <https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/publicaciones/revistas/RevistaConciencia-06.pdf#page=15>
- Scolnic, D., Casertano, S., Riess, A., Rest, A., Schlafly, E., Foley, R., Finkbeiner, D., Tang, C., Burgett, W., Chambers, K., Draper, P., Flewelling, H., Hodapp, K., Huber, M., Kaiser, N., Kudritzki, R., Magnier, E., Metcalfe, N. & Stubbs, C. (2015). Supercal: Cross-Calibration of Multiple Photometric Systems to Improve Cosmological Measurements with Type Ia Supernovae. *The Astrophysical Journal*, 815(2). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0004-637X/815/2/117>

- Secrest, N., von Hausegger, S., Rameez, M., Mohayaee, R., Sarkar, S. & Colin, J. (2021). A Test of the Cosmological Principle with Quasars. *The Astrophysical Journal Letters*, 908(2), 1-6. <https://iopscience.iop.org/article/10.3847/2041-8213/abdd40/meta>
- Sepúlveda, S. (2017). Cien años de cosmología relativista. *Revista Universidad De Antioquia*, 328, 27-30. <https://bit.ly/3p23Euv>
- Sevilla, I., Sánchez, E. & Rodríguez, F. (2016). Midiendo la expansión del universo desde el Ciemat. *Vértices*, 26, 26-30. <https://bit.ly/3fxrJpN>
- Simesen, M. (2018). Tiempo e interpretación en la teoría de la relatividad. *Franciscanum*, 60(170), 47-79. <https://bit.ly/3p3ODZ2>
- Skilling, J. (2006). Nested sampling for general Bayesian computation. *Bayesian Analysis*, 1(4). <https://projecteuclid.org/journals/bayesian-analysis/volume-1/issue-4/Nested-sampling-for-general-Bayesian-computation/10.1214/06-BA127.full>
- Susskind, L. (1995). The World as a Hologram. *J. Math. Phys.* 36(11). <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.531249>
- Suwa, M. & Nihei, T. (2010). Observational constraints on the interacting Ricci dark energy model. *Physical Review D*, 81(2). <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.81.023519>

- Trotta, R. (2008). Bayes in the sky: Bayesian inference and model selection in cosmology. *Contemp. Phys.*, 49(2), 71-104. <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00107510802066753>
- Velten, H., vom Marttens, R. & Zimdahl, W. (2014). Aspects of the cosmological “coincidence problem”. *The European Physical Journal C*, 74(11). <https://link.springer.com/article/10.1140%2Fepjc%2Fs10052-014-3160-4>
- Verde, L., Protopapas, P. & Jimenez, R. (2014). The expansion rate of the intermediate Universe in light of Planck. *Phys. Dark Univ.*, 5-6(307). <https://arxiv.org/abs/1403.2181>
- Villegas, F. & Vargas, T. (2016). Formulación ADM de la Relatividad General. *Revista de Investigación de Física*, 19, 1-7. <https://bit.ly/3hZ1Rou>
- W. Zimdahl, J. C. Fabris, S. del Campo & R. Herrera. (2015). Cosmology with Ricci-type dark energy. *Chemical Physics Reviews*, 1647(1) <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.4913330>
- Wang, B., Abdalla, E., Atrio-Barandela, F. & Pavon, D. (2016). Dark matter and dark energy interactions: theoretical challenges, cosmological implications and observational signatures. *Rept. Prog. Phys.*, 79(9). <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0034-4885/79/9/096901>

- Weinberg, S. (1989). The cosmological constant problema. *Rev. Mod. Phys.* 61, 1. <https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.61.1>
- Weinberg, S. (2008). *Cosmology*. Oxford.
- Zhang, X. (2009). Holographic Ricci dark energy: Current observational constraints, quintom feature, and the reconstruction of scalar-field dark energy. *Phys. Rev. D*, 79(10). <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.79.103509>
- Zimdahl, W., Fabris, J. C., Del Campo, S., & Herrera, R. (2015). Cosmology with Ricci-type dark energy. *AIP Conf. Proc.* 1647(1). <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.4913330>
- Zimdahl, W., Pavon, D. & Chimento, L. (2001). Interacting Quintessence. *Physics Letters B*, 521(3-4). <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269301011741?via%3Dihub>



EDITORIAL
NAVEGANTE